

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO - DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR - HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, *direttore dell'Istituto di Statistica e Politica Economica della R. Università di Roma, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.*

COMITATO DIRETTIVO - COMITÉ DE DIRECTION - EDITORIAL COMMITTEE - DIREKTION-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, *de Science des finances à l'Université d'Athènes (Grèce).*

Prof. A. E. Bunge, *Director general de Estadística de la Nación. Buenos Ayres (Argentina).*

Dott. F. P. Cantelli, *professore di Matematica attuariale nel R. Istituto Superiore di Studi Commerciali di Napoli (Italia).*

Dr. C. V. L. Charlier, *professor der Astronomie an der Universität Lund (Schweden).*

Dr. F. von Felner, *o. öff. Universitäts-Professor in Budapest (Ungarn).*

Prof. A. Flores de Lemus, *jefe de Estadística del Ministerio de Hacienda. Madrid (España).*

Dr. M. Greenwood, *professor of Epidemiology and Vital Statistics in the University of London (England).*

Sir G. H. Knibbs, *former director of the Commonwealth Institute of Science and Industry. Melbourne (Australia).*

Ing. L. March, *directeur honoraire de la Statistique générale de la France, Paris (France).*

Dr. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique. La Haye (Pays Bas).*

Prof. A. Julin, *secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail. Bruxelles (Belgique).*

Dr. R. Pearl, *director of the Institute for Biological Research at the J. Hopkins University. Baltimore (U. S. A.).*

Dr. H. Westergaard, *professor in the University of Copenhagen (Denmark).*

SEGRETARIO DI REDAZIONE - SECRÉTAIRE DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARY - REDACTIONSECRÉTÂR

Prof. Gaetano Pietra, *incaricato di Matematica per le Scienze Sociali nella R. Università di Padova. Istituto di Statistica (Italia).*

Vol. V - N. 4.

31 - XII - 1925.

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

V. Romanowsky. <i>On the moments of standard deviation and of correlation coefficient in samples from normal.</i>	pag. 3
A. R. Crathorne. <i>A weighted rank correlation problem.</i>	» 47
P. Luzzatto Fegiz. <i>Le variazioni stagionali della natalità.</i>	» 53
J. Lestschinsky. <i>Probleme der Bevölkerungs-Bewegung bei den Juden.</i>	» 130
J. Vandellós. <i>La richesse et le revenu de la péninsule Ibérique.</i>	» 151
Publicazioni ricevute — Publications reçues — Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen	» 187

PADOVA

AMMINISTRAZIONE DEL "METRON"
R. UNIVERSITÀ - ISTITUTO DI STATISTICA

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA
CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI
PROSSIMI NUMERI.

(Secondo l'ordine d'arrivo).

ARTIKEL DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT
SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN
NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

(Nach der Reihenfolge des Eingangs).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE
ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

(D'après la date de réception).

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH
WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

(According to date of receipt).

C. Gini. *Sulle leggi della frequenza e delle combinazioni sessuali dei
parti plurimi.*

C. Gini e M. Boldrini. *Il centro della popolazione italiana.*

K. Popoff et G. Pietra. *La prédominance des naissances masculines
d'après les données de la Statistique du Royaume de Bulgarie.*

C. Gini. *La richesse et les revenus nationaux des Indes Britanniques.*

G. Findlay Shirras. *Production in India before and after the War.*

B. de Finetti. *Considerazioni matematiche sull'ereditarietà mende-
liana.*

F. Burkhardt. *Beiträge zur Statistik der Mortalitäts - Unterschiede
zwischen den beiden Geschlechtern.*

J. W. Nixon. *On the size and constitution of the « private family »
in England and Wales.*

Prof. U. ROMANOWSKY

of the University in Tashkend

On the moments of standard deviations and of correlation coefficient in samples from normal population.

CONTENTS.

PART I. — *On the moments of standard deviations and their distribution:* 1. Introductory. — 2. Evaluation of an integral. — 3. Distribution of standard deviations in the case of one normally distributed variate — 4. Distribution of standard deviations in the case of two normally distributed variates.

PART II. — *On the product-moments of $\bar{\mu}_{20}$, $\bar{\mu}_{02}$, $\bar{\mu}_{11}$ and on the moments of correlation coefficient:* 1. Generating function of the product-moments. — 2. Distribution of $\bar{\mu}_{20}$, $\bar{\mu}_{02}$, $\bar{\mu}_{11}$. — 3. Evaluation of the product-moments $M_{h \times l}$. — 4. Moments of correlation coefficient. — 5. Mean errors of correlation and regression coefficients. — 6. Distribution of r in the case $r = 0$. — References.

PART I. — *On the moments of standard deviations and their distributions.*

1. *Introductory.* — The problems of the distribution of standard deviations and of correlation coefficient in samples from normal population are of very great theoretical and practical interest and it is natural that they evoked much attention from the side of many investigators.

Let us take firstly the problem of the distribution of standard deviation. Its solution was tried, as far as I know, by HELMERT (I) earlier than by other authors. The not quite satisfactory solution of HELMERT was completed and perfected by L. VON BORTKIEWICZ (II), who investigated the problem very fully giving many interesting and important details. Independently from HELMERT and earlier than by L. VON BORTKIEWICZ this problem was taken up by «STUDENT» in 1908 (III) and after him we find in 1915 an editorial article in *Biometrika* (IV) concerned with the same problem. Therein the incomplete and not rigorous solution of «STUDENT» was made complete and rigorous with the aid of a geometrical method applied

in the same year by R. A. FISHER (V) to the problem of the distribution of correlation coefficient in samples from normal population of two variates. This editorial article in *Biometrika* may be considered as the crowning of the work dedicated to the problem of the distribution of standard deviation of one variate in samples from a normal population: we find solved therein all fundamental problems concerning this distribution and posed by theory or practice of the subject.

We shall consider now the problem of the distribution of correlation coefficient. The first who has set forth the problem was «STUDENT». In his little but very interesting article of 1908 (VI) he tries to solve the problem experimentally and in this way he finds the law of distribution of correlation coefficient for the case when $r = 0$, which later was found to be true. Then we find an article by SOPER (VII) in 1913 (in *Biometrika*), in which is given the probable error of coefficient of correlation to a second approximation to the law of distribution in question. In 1915 in *Biometrika* appeared the beautiful paper of R. A. FISHER (V), in which, by very ingenious geometrical method, is found rigourously the true law of distribution of correlation coefficient and so is finally solved the difficult problem we are considering. But R. A. FISHER left unsolved many problems, chiefly of practical interest, concerning the distribution of correlation coefficient. These problems were taken up by K. PEARSON and his collaborators in 1917 in a large cooperative study of great theoretical and practical value (VIII). In this study are discussed in all details the problems of the mean value of correlation coefficient, of its mode, probable error etc. in samples from normal population. There are given many very valuable tables in this paper.

Thus we may consider that the problems of the distribution of standard deviation and of correlation coefficient are fully or almost fully solved in the simplest cases considered above. However, one can affirm that never is uninteresting a new method if applied even to old problems, especially if this new method can have wide applications and can be successfully tried in solution of other more complicated problems. To an exposition of a such new method is dedicated this paper. Moreover, the reader will find therein many novel results. The reader will also remark that with new method, described in this paper, finds applications in theoretical statistics one of the youngest and most interesting branches of the modern analysis integral equations.

2. *Evaluation of an integral.* — We shall begin with considering an integral which plays a great part in the following. This integral

is a multiple one and we shall write it in an abbreviated form thus:

$$[1] \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p \sum u^2 - 2q \sum u u'} dU,$$

where

$$[2] \quad \sum u^2 = \sum_{i=1}^s u_i^2, \quad \sum u u' = \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^s u_i u_j, \\ dU = du_1 du_2 \dots du_s,$$

p being any positive number and q arbitrary constant.

We can evaluate [1] in the following manner. We write

$$[3] \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p \sum_i u_i^2 - 2q \sum_i u_i u'} dU_i \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p u_1^2 - 2q u_1 \sum_i u_i} du_1,$$

posing

$$\sum_i u_i^2 = \sum_{i=2}^s u_i^2, \quad \sum_i u_i = \sum_{i=2}^s u_i, \quad \sum_i u_i u' = \sum_{i=2}^{s-1} \sum_{j=i+1}^s u_i u_j, \\ dU_i = du_2 du_3 \dots du_s.$$

Now we remark that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p u_1^2 - 2q u_1 \sum_i u_i} du_1 = \sqrt{\frac{\pi}{p}} e^{q (\sum_i u_i)^2 / p}$$

and [3] gives us

$$[4] \quad I = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p_i \sum_i u_i^2 - 2q_i \sum_i u_i u'} dU_i,$$

where

$$p_i = p - q^2/p, \quad q_i = q - q^2/p.$$

Continuing in this manner we shall easily find that

$$[5] \quad I = \sqrt{\pi^s / p p_1 p_2 \dots p_{s-1}},$$

where

$$[6] \quad p_{i+1} = p_i - q_i^2/p_i, \quad p_{i+1} = q_i - q_i^2/p_i \\ (i = 0, 1, \dots, s-2; p_0 = p, q_0 = q)$$

and all p_i must be positive.

We can express (5) in terms of p and q . We find:

$$p_1 = p - q^2 / p = \frac{(p - q)(p + q)}{p}, q_1 = \frac{q(p - q)}{p};$$

$$p_2 = p_1 - q_1^2 / p_1 = \frac{(p_1 - q_1)(p_1 + q_1)}{p_1} = \frac{(p - q)(p + 2q)}{p + q},$$

$$q_2 = \frac{q_1(p_1 - q_1)}{p_1} = \frac{q(p - q)}{p + q};$$

$$p_3 = \frac{(p - q)(p + 3q)}{p + 2q}, q_3 = \frac{q(q - q)}{p + 2q}$$

and generally

$$[7] \quad p_i = \frac{(p - q)(p + i q)}{p + (i - 1)q}, q_i = \frac{q(p - q)}{p + (i - 1)q},$$

where from

$$[8] \quad p_i - q_i = p - q.$$

These relations will be of great use in the following.

Now we write

$$[9] \quad p p_1 p_2 \dots p_{s-1} = p \cdot \frac{(p - q)(p + q)}{p} \cdot \frac{(p - q)(p + 2q)}{p + q} \dots$$

$$\frac{(p - q)(p + s - 1 q)}{p + s - 2 q} = (p - q)^{s-1} (p + s - 1 q)$$

and therefore

$$[10] \quad I = \sqrt{\pi^2 / (p - q)^{s-1} (p + s - 1 q)}.$$

This is the value of the multiple integral [1]. It is evident from the preceding considerations that the sufficient conditions for its existence are

$$[11] \quad p > 0 \text{ and } p > (s - 1) |q|,$$

$|q|$ denoting the absolute value of q . The second of these conditions

$$[12] \quad p > q, p + s - 1 q > 0$$

as it is clear from (7).

3. *Distribution of standard deviation in the case of one normally distributed variate.*

Let

$$[13] \quad y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2\mu}}$$

be the law of distribution of some variate x , where x_0 is the mean of x and μ is its variance in an infinite general population.

Now we shall take from this general population a sample of number s and denote with $x_1, x_2, \dots, x_s$ the values of x in this sample. Let it be

$$\bar{x} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i, \quad \bar{\mu} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - \bar{x})^2.$$

We shall consider at first the distribution of $\bar{\mu}$ in samples similar to the considered here and then the distribution of standard deviation $\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\mu}}$.

Denoting with M_h the h^{th} moment of $\bar{\mu}$, we must have

$$[14] \quad M_h = (\sqrt{2\pi\mu})^{-s} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mu}^h e^{-\sum \theta(x)} d\chi,$$

where

$$\theta(x) = \frac{(x - x_0)^2}{2\mu}, \quad \sum \theta(x) = \sum_{i=1}^s \theta(x_i), \quad d\chi = dx_1 dx_2 \dots dx_s$$

Now, differentiating the expression

$$[15] \quad \varphi(\alpha) = (\sqrt{2\pi\mu})^{-s} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sum \theta(x) + \alpha \bar{\mu}} d\chi$$

h times with regard to α and making after differentiation $\alpha = 0$, we shall receive

$$[16] \quad \left[\frac{d^h \varphi(\alpha)}{d\alpha^h} \right]_{\alpha=0} = (\sqrt{2\pi\mu})^{-s} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mu}^h e^{-\sum \theta(x)} d\chi = M_h,$$

wherefrom it is clear, that $\varphi(\alpha)$ is the generating function of the moments M_h .

Let us find $\varphi(\alpha)$. We have

$$\bar{\mu} = \frac{1}{s} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{s} \sum (x_i - x_0)^2 - \left[\frac{1}{s} \sum (x_i - x_0) \right]^2$$

and we can write

$$[17] \quad -\sum \theta(x) + \alpha \bar{\mu} = -p \sum u^2 - 2q \sum u u',$$

putting

$$[18] \quad x_i - x_0 = u_i, \quad p = \frac{1}{2\mu} - \frac{\alpha}{s} + \frac{\alpha}{s^2}, \quad q = \frac{\alpha}{s^2}.$$

For α sufficiently small we have evidently

$$p > 0, \quad p - q > 0, \quad p + (s-1)q > 0$$

and therefor, applying the result of the preceding paragraph, we shall receive:

$$\begin{aligned} \varphi(u) &= (\sqrt{2\pi\mu})^{-s} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p \sum u^2 - 2q \sum u u'} dU, \\ &= (\sqrt{2\pi\mu})^{-s} \sqrt{\pi^s / (p-q)(p+s-1)q}. \end{aligned}$$

But, with the aid of [18], we have

$$p - q = \frac{1}{2\mu} - \frac{\alpha}{s}, \quad p + \overline{s-1}q = \frac{1}{2\mu}$$

and therefor, after some reductions,

$$[19] \quad \varphi(u) = \left(1 - \frac{2\alpha\mu}{s}\right)^{-\frac{s-1}{2}}$$

This is the generating function of the moments M_h , which it is easy to receive now. Indeed, we have

$$\frac{d^h \varphi(u)}{d\alpha^h} = \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2h-3)}{s^h} \left(\frac{2\mu}{s}\right)^h \left(1 - \frac{2\alpha\mu}{s}\right)^{-\frac{s+2h-1}{2}},$$

wherefrom

$$[20] \quad M_h = \frac{(s-1)(s+1)(s+3)\dots(s+2h-3)}{s^h} \mu^h.$$

Particular cases of this formula, for $h = 1, 2, 3, 4$, by a different method were received by STUDENT (III) and by Prof. AL. A. TCHUPROFF (IX).

Let us now find the law of distribution of p . If we denote with

$$y = f(z)$$

the equation of the distribution of $\bar{\mu} = z$ in samples we are considering, we shall find that

$$M_h = \int_0^\infty f(z) z^h dz.$$

But evidently

$$\int_0^{\infty} f(z) z^h dz = \left[\frac{d^h}{d\alpha^h} \int_0^{\infty} f(z) e^{\alpha z} dz \right]_{\alpha=0}$$

and we see, that the integral

$$\int_0^{\infty} f(z) e^{\alpha z} dz$$

must give us the generating function of the moments M_h . Thus we receive the integral equation

$$[21] \quad \int_0^{\infty} f(z) e^{\alpha z} dz = (1 - \left(\frac{2\alpha\mu}{s} \right)^{-\frac{s-1}{2}})$$

which defines the unknown law of distribution $f(z)$ of $\mu = z$. It is clear that we must find such solution of [21], that satisfies the condition

$$[22] \quad \int_0^{\infty} f(z) dz = 1$$

and is continuous.

Let us write the equation [21] in the form

$$[23] \quad \int_0^{\infty} f(z) e^{\alpha z} dz = A^{\frac{s-1}{2}} (A - \alpha)^{-\frac{s-1}{2}} \left(A = \frac{s}{2\mu} \right)$$

Then it is clear that $f(z)$ must be a function of A also. Differentiating [23] with regard to A , we find:

$$[24] \quad \int_0^{\infty} \frac{df(z)}{dA} e^{\alpha z} dz = \frac{s-1}{2} \left[\frac{1}{A} - \frac{1}{A-\alpha} \right] H_s,$$

where

$$H_s = A^{\frac{s-1}{2}} (A - \alpha)^{-\frac{s-1}{2}}$$

Again, differentiating with regard to α , we have

$$\int_0^{\infty} z f(z) e^{\alpha z} dz = \frac{s-1}{2} \cdot \frac{1}{A-\alpha} H_s$$

Using this relation and [23], we can write [24] in the form

$$\int_0^{\infty} \left[\frac{d f z}{d A} - \frac{s-1}{2 A} f(z) + z f(z) \right] e^{a z} d z = 0 ,$$

wherefrom

$$\frac{d f}{d A} - \frac{s-1}{2 A} f + z f = 0 ,$$

or

$$\frac{d f}{f} = \frac{s-1}{2} \frac{d A}{A} - z d A .$$

Hence

$$f(z) = \psi(z) A^{\frac{s-1}{2}} e^{-A z}$$

$\psi(z)$ being an arbitrary function of z alone.

Now we remark that

$$\int_0^{\infty} z^{p-1} e^{-\lambda z} d z = \lambda^{-p} \Gamma(p) \quad (p > 0, \lambda > 0)$$

and that, substituting the found value of $f(z)$ in [23]

$$\int_0^{\infty} \psi(z) e^{-(A-\alpha)z} d z = (A-\alpha)^{-\frac{s-1}{2}}$$

Comparing these two relations, we see at once that, putting

$$\psi(z) = \frac{z^{\frac{s-3}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} ,$$

we shall satisfy the last of them. Accordingly

$$[25] \quad f(z) = \frac{A^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} z^{\frac{s-3}{2}} e^{-A z}$$

and one finds immediately that this function satisfies not only [21]

but also [22]. The unicity of this solution, which evidently is continuous, can be demonstrated also, but we shall not give here this demonstration, remarking only that it could be accomplished with the theory of fermature, developed by the russian academician W. STEKLOFF (X).

It is easy to verify directly that the equation

$$[26] \quad y = \frac{(s/2\mu)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} z^{\frac{s-3}{2}} e^{-sz/2\mu}$$

gives a distribution that has the moments M_h .

Now we can find the distribution of $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\mu}}$ in our samples. Applying the method of STUDENT (III), we find the following equation of this distribution:

$$[27] \quad y = \frac{2(s/2\mu)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \bar{\sigma}^{s-1} e^{-s\bar{\sigma}^2/2\mu}$$

It is easy to receive with the aid of this equation the moments N_h of $\bar{\sigma}^h$. We find, using the substitution $\bar{\sigma} = \sqrt{u}$:

$$\begin{aligned} N_h &= \frac{2(s/2\mu)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \int_0^\infty \bar{\sigma}^{s-1+h} e^{-s\bar{\sigma}^2/2\mu} d\bar{\sigma} \\ &= \frac{(s/2\mu)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \int_0^\infty u^{\frac{s-h-3}{2}} e^{-su/2\mu} du \end{aligned}$$

or

$$[28] \quad N_h = \frac{\Gamma\left(\frac{s-h-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left(\frac{2\mu}{s}\right)^{\frac{h}{2}}$$

We can deduce from [28] the exact value of the mean error of $\bar{\sigma}$.

We have

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{\sigma}}^2 &= E\{\bar{\sigma} - N\}^2 = E\{\bar{\sigma} - N\}^2 \\ &= M_1 - N_1^2 \\ &= \frac{s-1}{s} \mu - \left(\frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \right)^2 \frac{2\mu}{s},\end{aligned}$$

wherefrom the mean error of $\bar{\sigma}$ is

$$[29] \quad \sigma_{\bar{\sigma}} = \sigma \sqrt{\frac{\frac{s-1}{s} \mu - \frac{2}{s} \Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)}}.$$

Using the well known formula

$$\lg \Gamma(x+1) = \frac{1}{2} \lg 2\pi + \left(x + \frac{1}{2}\right) \lg x - \frac{1}{12x} + \frac{1}{360x^3} - \dots$$

it is not difficult to find that

$$\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right) / \Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right) = \frac{s}{2} \left[1 - \frac{3}{2s} + \frac{1}{8s} + \frac{3}{16s^2} + \dots \right],$$

wherefrom

$$[30] \quad \sigma_{\bar{\sigma}} = \sigma \sqrt{\frac{1}{2s} - \frac{2}{8s^2} - \frac{3}{16s^3} - \dots}$$

4. *Distribution of standard deviations in the case of two normally distributed variates.*

I. *The generating function of the moments* $M_{k_1 k_2}$. Now we shall consider an infinite population with two normally distributed variates x and y . Let

$$[31] \quad z = \lambda e^{-\theta(x, y)}$$

where

$$[32] \quad \lambda = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu_{x0} \mu_{y0} (1-r^2)}},$$

$$[33] \quad \theta(x, y) = \frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(x-x_0)^2}{\mu_{x0}} - \frac{2r(x-x_0)(y-y_0)}{\mu_{x0} \mu_{y0}} + \frac{(y-y_0)^2}{\mu_{y0}} \right],$$

be the equation of their distribution. Therein x_0, y_0 are means of x and y in the general population, μ_{x0} and μ_{y0} their variances and r their correlation coefficient.

Take now a sample of number s from this population and let x_1 and y_1, x_2 , and $y_2, \dots, x_s$ and y_s be the values of x and y in this sample. Let it be

$$[34] \quad \bar{\mu}_{x0} = \frac{1}{s} \sum (x_i - \bar{x})^2, \quad \bar{\mu}_{y0} = \frac{1}{s} \sum (y_i - \bar{y})^2$$

$$\left(\bar{\mu}_{x0} = \frac{1}{s} \sum x_i^2, \quad \bar{\mu}_{y0} = \frac{1}{s} \sum y_i^2 \right)$$

We shall find the generating function of the product-moments M_{hk} of $\bar{\mu}_{x0}$ and $\bar{\mu}_{y0}$, defining them by the equation

$$[35] \quad M_{hk} = E(\bar{\mu}_{x0}^h \bar{\mu}_{y0}^k)$$

It is easy to understand, that this generating function is

$$[36] \quad \varphi(\alpha, \beta) = \lambda^s \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sum \theta(x, y) + \alpha \bar{\mu}_{x0} + \beta \bar{\mu}_{y0}} dX dY$$

$$(dX = dx_1 dx_2 \dots dx_s, \quad dY = dy_1 dy_2 \dots dy_s)$$

We shall evaluate this multiple integral and find thus $\varphi(\alpha, \beta)$. We have

$$\bar{\mu}_{x0} = \frac{1}{s} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{s} \sum (x_i - x_0)^2 - \left[\frac{1}{s} \sum (x_i - x_0) \right]^2,$$

$$\bar{\mu}_{y0} = \frac{1}{s} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{s} \sum (y_i - y_0)^2 - \left[\frac{1}{s} \sum (y_i - y_0) \right]^2$$

and therefore

$$-\sum \theta(x, y) + \alpha \bar{\mu}_{x0} + \beta \bar{\mu}_{y0} = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' - p' \sum v^2 - 2q' \sum v v' + 2a \sum u v,$$

where

$$[37] \quad p = \frac{1}{2 \bar{\mu}_{x0} (1 - r^2)} - \frac{\alpha}{s} + \frac{\alpha}{s^2}, \quad p' = \frac{1}{2 \bar{\mu}_{y0} (1 - r^2)} - \frac{\beta}{s} + \frac{\beta}{s^2},$$

$$q = \frac{\alpha}{s^2}, \quad q' = \frac{\beta}{s^2}, \quad a = \frac{r}{2(1 - r^2) \sqrt{\bar{\mu}_{x0} \bar{\mu}_{y0}}}.$$

For brevity we shall put

$$[38] \quad -\tau = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' - p' \sum v^2 - 2q' \sum v v' + 2a \sum u v.$$

It must be remembered that

$$\sum u^2 = \sum_{i=1}^s u_i^2, \quad \sum u u' = \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^s u_i u_j, \quad \sum u v = \sum_{i=1}^s u_i v_i$$

and so on

Now [36] can be written as follows :

$$[39] \quad \varphi(\alpha, \beta) = \lambda^s \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau} dU dV \\ (dU = du_1 du_2 \dots du_s, \quad dV = dv_1 dv_2 \dots dv_s)$$

Let us make the first integration in [39] with regard to v_1 . For this aim $-\tau$ must be prepared as follows:

$$-\tau = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' - p' \sum_1 v^2 - 2q' \sum_1 v v' + 2a \sum_1 u v \\ + [-p' v_1^2 - 2(q' \sum_1 v - a u_1) v_1],$$

where $\sum_1$ denotes summations, in which v_1 is excluded, and terms, playing part in the first integration are put in brackets. After this integration we shall have

$$[40] \quad \varphi(\alpha, \beta) = \lambda^s \sqrt{\pi/p'} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau_1} dU dV_1 \\ dV_1 = dv_2 dv_3 \dots dv_s,$$

where

$$-\tau = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' + a^2 u_1^2/p' \\ - p_1' \sum_1 v^2 - 2q_1' \sum_1 v v' + 2a \sum_1 u v - 2a q' u_1 \sum_1 v/p', \\ p_1' = p' - q'^2/p', \quad q_1' = q' - q'^2/p'$$

After the second integration with regard to v_1 , we shall find

$$\varphi(\alpha, \beta) = \lambda^s \sqrt{\pi^2/p' p_1'} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau_2} dU dV_2 \\ (dV_2 = dv_3 dv_4 \dots dv_s),$$

where

$$-\tau_2 = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' + a^2 u_1^2/p' + (A_1 - a u_2)^2/p_1' \\ - p_2' \sum_2 v^2 - 2q_2' \sum_2 v v' + 2a \sum_2 u v + \frac{2A_1 - a u_2}{p_1'} \sum_2 v, \\ p_2' = p_1' - q_1'^2/p_1', \quad q_2' = q_1' - q_1'^2/p_1', \quad A_1 = a q' u_1/p'$$

and $\sum_2$ denotes summation in which v_1 and v_2 are excluded.

Continuing in this manner, after s integrations, we shall have :

$$[41] \quad \varphi(\alpha, \beta) = \lambda^s \sqrt{\pi^s/p' p_1' p_2' \dots p_{s-1}'} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau_s} dU,$$

where

$$\begin{aligned}
 [42] \quad & -\tau_s = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' \\
 & - a^2 u_1^2 / p' - (A_1 - a u_1)^2 / p'_1 - \dots - (A_{s-1} - a u_s)^2 / p'_{s-1} \\
 [43] \quad & p'_{k+1} = p'_k - p'^2_k / p'_k, \quad q'_{k+1} = q'^2_k - q'^2_{k-1} / p'_k \\
 & (k=0, 1, \dots, s-2; p'_0 = p', \quad q'_0 = q')
 \end{aligned}$$

$$[44] \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{a q'}{p'} u_1, \\ A_2 &= A_1 \left(-\frac{q'_1}{p'_1} \right) + \frac{a q'_1}{p'_1} u_2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ A_{s-1} &= A_{s-2} \left(1 - \frac{q'_{s-2}}{p'_{s-2}} \right) + \frac{a q'_{s-2}}{p'_{s-2}} u_{s-1} \end{aligned} \right.$$

We must remark that all our integrations are possible, because, for β sufficiently small, we, have

$$p' > 0, \quad p' - q' > 0, \quad p' - (s-1) q' > 0,$$

as it is easy to verify.

It is not difficult to transform $-\tau_s$ in a simpler form. Indeed we have:

$$\begin{aligned}
 [45] \quad & -\tau_s = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' \\
 & + \frac{a^2 u_1^2}{p'} + \frac{a u_1^2}{p'_1} + \dots + \frac{a u_s^2}{p'_{s-1}} \\
 & + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{A_k^2}{p'_k} - 2a \sum_{k=1}^{s-1} \frac{A_k u_{k+1}}{p'_k}.
 \end{aligned}$$

The quantities p'_k and q'_k are defined by the same relations as p_k and q_k of the paragraph 2. Therefore, like (7) and (8),

$$\begin{aligned}
 [46] \quad & p'_k = \frac{(p' - q')(p' - kq')}{p' + (k-1)q'}, \quad q'_k = \frac{q'(p' - q')}{p' + (k-1)q'} \\
 & p'_k - q'_k = p' - q',
 \end{aligned}$$

wherefrom

$$[47] \quad \frac{q'_k}{p'_k} = \frac{q'}{p' + kq'}, \quad \frac{p'_k - q'_k}{p'_k} = \frac{p' + (k-1)q'}{p' + kq'}.$$

With the aid of these relations we easily find:

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{a q'}{p' + (k-1) q'} (u_1 + u_2 + \dots + u_k) \\ &= \frac{a q'^{k-1}}{p'^{k-1}} (u_1 + u_2 + \dots + u_k) \end{aligned}$$

Now [45] transforms itself in

$$\begin{aligned} [48] \quad -\tau_s &= -p \sum u^2 - 2q \sum u u' \\ &\quad + \frac{a^2 u_1^2}{p'} + \frac{a^2 u_4^2}{p'_4} + \dots + \frac{a^2 u_s^2}{p'_{s-1}} \\ &\quad + a^2 \sum_{k=1}^{s-1} \frac{q'^{2k-1}}{p'^{2k-1} p'_k} (u_1 + u_2 + \dots + u_k)^2 \\ &\quad - 2a^2 \sum_{k=1}^{s-1} \frac{q'^{k-1}}{p'^{k-1} p'_k} (u_1 + u_2 + \dots + u_k) u_{k+1} . \end{aligned}$$

The coefficient of u_1^3 is here

$$-p + \frac{a^2}{p'} + \frac{a^2 q'^2}{p'^2 p'_4} + \frac{a^2 q'^2}{p'_4^2 p'_2} + \dots + \frac{a q'^{s-2}}{p'^{s-2} p'_{s-1}} = -p + a^2/p'_{s-1},$$

for, as follows from [46],

$$\frac{1}{p'} + \frac{q'^2}{p'^2 p'_1} = \frac{1}{p'_1}, \quad \frac{1}{p'_1} + \frac{q'^2}{p'^2 p'_2} = \frac{1}{p'_2}, \quad \text{and so on.}$$

In the same manner we shall see, that the coefficients of $u_2^3, \dots, u_s^3$ in [48] have the same value

$$[49] \quad -P = -p + \frac{a^2}{p'_{s-1}}$$

Take now the coefficient of $u_i u_h$ ($i < h$) in, [48] It has the value

$$\begin{aligned} &= -2q + 2a^2 \sum_{k=h}^{s-1} \frac{q'^{2k-1}}{p'^{2k-1} p'_k} + 2a^2 \frac{q'^{h-2}}{p'^{h-2} p'_{h-2} p'_h} \\ &= -2q + 2a^2 \left[\frac{1}{p'_{h-1}} + \sum_{k=h}^{s-1} \frac{q'^{2k-1}}{p'^{2k-1} p'_k} \right] \\ &\quad - 2a^2 \left[\frac{q'^{h-1}}{p'^{h-1} p'_h} + \frac{1}{p'_{h-1}} \right] \\ &= -2q - [2a^2/(p' - q') + 2a^2/p'_{s-1}] . \end{aligned}$$

This value is independent of i and h and thus the coefficients of $u_i u_h$ in [48] have all the same value

$$[50] \quad -2 Q = -2 q - \frac{2 a^2}{p' - q'} + \frac{2 a^2}{p' s - 1}.$$

Now we see that

$$[51] \quad -\tau_s = -P \sum u^2 - 2 Q \sum u u'$$

and

$$[52] \quad \varphi(a, \beta) = \lambda^s \sqrt{\pi / p' p'_1 p'_2 \dots p'_{s-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-P \sum u^2 - 2 Q \sum u u'} dU$$

Let us verify that

$$[53] \quad P > 0, P - Q > 0, P + (s-1) Q > 0.$$

We find:

$$\begin{aligned} [P]_{\alpha=\beta=0} &= \left[p - \frac{a^2}{p' s - 1} \right]_{\alpha=\beta=0} \\ &= \left[p - \frac{(p' + s - 2 q') a^2}{(p' - q')(p' + s - 1 q')} \right]_{\alpha=\beta=0} \\ &= \frac{1}{2 \mu_{20}} > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [P - Q]_{\alpha=\beta=0} &= \left[p - q - \frac{p' - q'}{a^2} \right]_{\alpha=\beta=0} \\ &= \frac{1}{2 \mu_{20}} > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P + (s-1) Q &= p + (s-1) q - \frac{a^2}{p' s - 1} + \frac{a^2 (s-1)}{p' - q'} - \frac{a^2 (s-1)}{p' s - 1} \\ &= \frac{1}{2 \mu_{20}} > 0. \end{aligned}$$

We see that for a and β sufficiently small the conditions [53] are verified and therefor we can write from [52]:

$$\varphi(a, \beta) = \lambda^s \sqrt{\pi^s / p' p'_1 p'_2 \dots p'_{s-1}} \sqrt{\pi^s / (P - Q)^{s-1} (P + (s-1) Q)}$$

or, remarking that $p_1 p'_1 \dots p'_{s-1} = (p' - q')^{s-1} (p' + s - 1 q')$,

$$\begin{aligned} \varphi(a, \beta) &= \lambda^s \pi^s [(p' - q')(P - Q)]^{-\frac{s-1}{2}} \\ &= \lambda^s \pi^s [(p' + s - 1 q')(P + s - 1 Q)]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

This, with the aid of the values of p' , q' , P , Q and λ , can be reduced without much pain to

$$[53] \quad \varphi(u, \beta) = \left[\left(\frac{1}{Q} - \frac{2\alpha\mu_{20}Q}{s} \right) \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right) - \frac{r^2}{Q^2} \right]^{-\frac{s-1}{2}}$$

$$(Q^2 = 1 - r^2).$$

Thus we have found the generating function of the moments M_{hk} of μ_{20} and μ_{02} .

II. *Evaluation of the moments M_{hk} .* For low values of h and k we can find M_{hk} from the fundamental relation

$$M_{hk} = \left[\frac{d^{h+k} \varphi(u, \beta)}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} \right]_{\alpha=\beta=0}.$$

Thus, putting

$$u = \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\alpha\mu_{20}Q}{s} \right) \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right) - \frac{r^2}{Q^2},$$

we find

$$M_{10} = \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right]_{\alpha=\beta=0} = \left[\frac{s-1}{2} u^{-\frac{s+1}{2}} \frac{2\mu_{20}Q}{s} \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right) \right]_{\alpha=\beta=0}$$

$$= \frac{s-1}{s} \mu_{20};$$

$$M_{01} = \frac{s-1}{s} \mu_{02};$$

$$M_{20} = \left[\frac{s-1}{2} \cdot \frac{s+1}{2} u^{-\frac{s+3}{2}} \left(\frac{2\mu_{20}Q}{s} \right)^2 \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right)^2 \right]_{\alpha=\beta=0}$$

$$= \frac{(s-1)(s+1)}{s^2} \mu_{20}^2;$$

$$M_{11} = \frac{(s-1)(s+1)}{s^2} \mu_{20} \mu_{02} \left(1 - \frac{2Q^2}{s+1} \right);$$

$$M_{02} = \frac{(s-1)(s+1)}{s^2} \mu_{02}^2$$

and so on.

This method is yet somewhat cumbersome. But, happily, we can find general formulae for M_{hk} in the following manner.

We can write

$$\left(\frac{1}{Q} - \frac{2\alpha\mu_{20}Q}{s} \right) \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right) - \frac{r^2}{Q^2} = 1 - \theta,$$

putting

$$\theta = \frac{2 \mu_{20}}{s} \alpha + \frac{2 \mu_{02}}{s} \beta - \frac{4 \mu_{20} \mu_{02} \theta^2}{s^2} \alpha \beta.$$

This quantity, for sufficiently small α and β , can be made as near to zero as we desire and, accordingly, for such α and β , by the binomial theorem we can write the expansion

$$\begin{aligned} \varphi(\alpha, \beta) &= (1 - \theta)^{-\frac{s-1}{2}} \\ &= 1 + \frac{s-1}{2} \frac{\theta}{1} + \frac{(s-1)(s+1)}{2^2} \frac{\theta^2}{2!} + \\ [54] \quad &+ \frac{(s-1)(s+1)(s+3)}{2^3} \frac{\theta^3}{3!} + \dots \end{aligned}$$

and therefrom

$$[55] \quad M_{hk} = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2v-3)}{2^v \cdot v!} \left[\frac{\partial^{h+k} \theta^v}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} \right]_{\alpha=\beta=0}$$

We shall find

$$[56] \quad \left[\frac{\partial^{h+k} \theta^v}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} \right]_{\alpha=\beta=0}$$

with the aid of a generalisation of the theorem of LEIBNITZ, which it is easy to prove and which can be formulated as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{h+k}}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} (\theta_1 \theta_2 \dots \theta_v) &= \sum \frac{h!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_v!} \frac{k!}{\beta_1! \beta_2! \dots \beta_v!} \\ [57] \quad &\frac{\partial^{\alpha_1 + \beta_1} \theta_1}{\partial \alpha^{\alpha_1} \partial \beta^{\beta_1}} \frac{\partial^{\alpha_2 + \beta_2} \theta_2}{\partial \alpha^{\alpha_2} \partial \beta^{\beta_2}} \dots \frac{\partial^{\alpha_v + \beta_v} \theta_v}{\partial \alpha^{\alpha_v} \partial \beta^{\beta_v}}. \end{aligned}$$

Here $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_v$ are some given functions of α and β and summation is to be made for all positive values (including zero) of α_i and β_i , satisfying the conditions

$$[58] \quad \sum_{i=1}^v \alpha_i = h, \quad \sum_{i=1}^v \beta_i = k.$$

In order to find [56], we put in [57] $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_v = \theta$ and take in account that

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right)_0 = \frac{2 \mu_{20}}{s}, \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right)_0 = \frac{2 \mu_{02}}{s}, \quad \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha \partial \beta} \right)_0 = -\frac{4 \mu_{20} \mu_{02} \theta^2}{s^2}$$

(index zero stands for $\alpha = \beta = 0$) and that

$$\frac{\partial^{\lambda+\mu} \theta}{\partial \alpha^\lambda \partial \beta^\mu} = 0 \text{ for } \lambda \text{ or } \mu \text{ or both } \geq 2.$$

Then we find from [57]

$$[59] \left(\frac{\partial^{h+k} \theta^v}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} \right)_0 = \sum K \theta_0^{v-\lambda} \left(\frac{2\mu_{20}}{s} \right)^m \left(\frac{2\mu_{02}}{s} \right)^n \left(-\frac{4\mu_{20}\mu_{02}\varrho^2}{s^2} \right)^p,$$

where

$$[60] \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{h! k!}{m! n! p!} v(v-1) \dots (v-\lambda+1), \\ \lambda = m + n + p \geq v; \\ \theta_0 = (\theta)_{\alpha=\beta=0} \end{array} \right.$$

and summation must be made for all integer positive m, n, p satisfying the conditions

$$m + p = h, n + p = k.$$

But $\theta_0^{v-\lambda}$ is zero for all $\lambda < v$ and unity $\lambda = v$. In this case [60] gives us

$$K = \frac{h! k! v!}{m! n! p!}$$

and [59] is transformed in

$$\left(\frac{\partial^{h+k} \theta^v}{\partial \alpha^h \partial \beta^k} \right)_0 = \sum \frac{h! k! v!}{m! n! p!} \left(\frac{2\mu_{20}}{s} \right)^m \left(\frac{2\mu_{02}}{s} \right)^n \left(-\frac{4\mu_{20}\mu_{02}\varrho^2}{s^2} \right)^p.$$

Now $m = h - p, n = k - p$ and it is evident that we can take only $p = 0, 1, 2, \dots, c, c$ being the least of the numbers h and k . Moreover, we must have

$$v - \lambda = m + n + p = h + k - p.$$

We conclude therefrom that, according to [55],

$$M_{hk} = \sum_{p=0}^c \frac{(s-1)(s+1) \dots (s+2h+2k-2p-3)}{2^{h+k-p} (h-k-p)!} \cdot \frac{h! k! (h+k-p)!}{(h-p)! (k-p)! p!} \cdot \left(\frac{2\mu_{20}}{s} \right)^{h-p} \left(\frac{2\mu_{02}}{s} \right)^{k-p} \left(-\frac{4\mu_{20}\mu_{02}\varrho^2}{s^2} \right)^p$$

or

$$[61] \quad M_{hk} = \frac{h! k!}{s^{h+k}} \cdot \frac{1}{\mu_{20} \mu_{02}} \sum_{p=0}^c (-2)^p \cdot \frac{(s-1)(s+1) \dots (s+2h+2k-2p-3)}{(h-p)!(k-p)! p!} Q^{2p}.$$

III. *The distribution surface of $\bar{\mu}_{20}$ and $\bar{\mu}_{02}$.* Let it be

$$\bar{\mu}_{20} = \xi, \bar{\mu}_{02} = \eta$$

and let the equation of distribution of these quantities be

$$\xi = f(\xi, \eta).$$

Then the generating function $\varphi(\alpha, \beta)$ of the moments M_{hk} can be written thus:

$$[62] \quad \int_0^\infty \int_0^\infty f(\xi, \eta) e^{\alpha \xi + \beta \eta} d\xi d\eta = \varphi(\alpha, \beta)$$

This gives us the integral equation for the determination of the unknown function $f(\xi, \eta)$, because $\varphi(\alpha, \beta)$ is already known.

We could give a general method for solving such integral equations as [62], based on the knowledge of all moments like M_{hk} in our case and on the properties of orthogonal function. But this general method is less useful in our case, than an other special method, which we shall describe here, omitting the description of the general one.

This special method consists in taking $f(\xi, \eta)$ in some appropriate special form. But in order to give this form we must at first transform adequately the generating function $\varphi(\alpha, \beta)$.

We transform it as follows:

$$[63] \quad \varphi(\alpha, \beta) = (A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}} [(A - \alpha)(B - \beta) - C^2]^{-\frac{s-1}{2}},$$

putting

$$[64] \quad A = \frac{s}{4 \mu_{20} Q^2}, B = \frac{s}{4 \mu_{02} Q^2}, C = \frac{s r}{2 Q^2 \sqrt{\mu_{20} \mu_{02}}}$$

and remarking that

$$[65] \quad A B - C^2 = \frac{s^2}{4 \mu_{20} \mu_{02} Q^2}$$

Now

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \int_0^\infty (\xi \eta)^{p-1} e^{-(A-\alpha)\xi - (B-\beta)\eta} d\xi d\eta = \\ & = (A - \alpha)^{-p} (B - \beta)^{-p} \Gamma^2(p) \end{aligned}$$

for $p > 0$, $A - \alpha > 0$, $B - \beta > 0$ and

$$\begin{aligned} [(A - \alpha)(B - \beta) - C^2]^{-\frac{s-1}{2}} &= [(A - \alpha)(B - \beta)]^{-\frac{s-1}{2}} \\ &\quad - \frac{s-1}{2} [(A - \alpha)(B - \beta)]^{-\frac{s+1}{2}} \cdot \frac{C^2}{1!} \\ &\quad + \frac{(s-1)(s+1)}{4} [(A - \alpha)(B - \beta)]^{-\frac{s+3}{2}} \cdot \frac{C^4}{2!} + \dots, \end{aligned}$$

expansion by the binomial theorem being admissible, because

$$(A - \alpha)(B - \beta) > C^2$$

for α and β sufficiently small as it follows from [64]. We see from these remarks that we can take the unknown function $f(\xi, \eta)$ in the form

$$[67] \quad f(\xi, \eta) = e^{-A\xi - B\eta} \sum_{h=0}^{\infty} a_h(\xi, \eta) \frac{s-3}{2} + h$$

Putting this and [63] in [62] we find:

$$\begin{aligned} a_h &= (A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}} \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2h-3)}{2^h \Gamma^2\left(\frac{s+2h-1}{2}\right)} \cdot \frac{C^{2h}}{h!} \\ &= \frac{(A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \cdot \frac{(2 C^2 \xi \eta)^h}{h! (s-1)(s+1)\dots(s+2h-3)} \end{aligned}$$

and [67] gives us

$$[68] \quad f(\xi, \eta) = \frac{(A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} e^{-A\xi - B\eta} (\xi \eta)^{\frac{s-3}{2}} L_s(C^2 \xi \eta),$$

where

$$[69] \quad L_s(C^2 \xi \eta) = 1 + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h!} \frac{(2 C^2 \xi \eta)^h}{(s-1)(s+1)\dots(s+2h-3)}$$

It is easy to see that this series converges for all values of ξ and that the expression [68] of $f(\xi, \eta)$ satisfies the condition

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = 1,$$

as it must be, when in the equation $\zeta = f(\xi, \eta)$ ζ denotes the relative frequency.

Thus we can write the equation of the distribution of $\xi = \bar{\mu}_{20}$ and $\eta = \bar{\mu}_{02}$ in the form :

$$[70] \quad \zeta = \frac{(A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} e^{-A\xi - B\eta} (\xi\eta)^{\frac{s-3}{2}} L_{\bullet}(C^2 \xi \eta).$$

IV. *The distribution surface of standard deviations and their product-moments.* We shall find now the distribution of standard deviations

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\bar{\mu}_{20}}, \quad \bar{\sigma}_y = \sqrt{\bar{\mu}_{02}}$$

of our samples. This can be easily done by the method of STUDENT (III).

Denoting $\bar{\sigma}_x$ and $\bar{\sigma}_y$ with u and v , we shall have $\bar{\mu}_{20} = u^2$, $\bar{\mu}_{02} = v^2$ and the equation of distribution of u^2 and v^2 will be

$$\zeta = f(u^2, v^2),$$

where $f(u^2, v^2)$ is the above found function $f(\xi, \eta)$ for $\xi = u^2$, $\eta = v^2$.

Let $w = \psi(u, v)$ be the equation of the distribution of $u = \bar{\sigma}_x$, $v = \bar{\sigma}_y$. Then, the probabilities of the systems u, v and u^2, v^2 being the same, we can write

$$\psi(u, v) du dv = f(u^2, v^2) d(u^2) d(v^2),$$

wherefrom

$$\psi(u, v) = 4 u v f(u^2, v^2).$$

We see that the equation of the distribution of $u = \bar{\sigma}_x$ and $v = \bar{\sigma}_y$ is

$$[71] \quad w = \frac{4 (A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} e^{-A u^2 - B v^2} (u v)^{s-2} L_{\bullet}(C^2 u^2 v^2)$$

Now we can find the product moments of $\bar{\sigma}_x$ and $\bar{\sigma}_y$. Denoting them with

$$V_{hk} = E(u^h v^k) = E(\bar{\sigma}_x^h \bar{\sigma}_y^k),$$

and putting $u = \sqrt{u_1}$, $v = \sqrt{v_1}$ we find

$$V_{hk} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} u^h v^k w du dv$$

$$[72] = \frac{(A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-A u_1 - B v_1} u_1^{\frac{s+h-3}{2}} v_1^{\frac{s+k-3}{2}} L_s(C^2 u_1 v_1) du_1 dv_1$$

The same result we would receive, if we had calculated

$$M_{\frac{h}{2}, \frac{k}{2}} = E\left(\mu_{20}^{-\frac{h}{2}} \mu_{02}^{-\frac{k}{2}}\right)$$

with the aid of [70]. It follows from this remark, which is almost evident a priori that

$$N_{2a, 2b} = M_{a, b}$$

and, therefor, we must only consider the moments $N_{h, k}$, in which one at least of the numbers h and k is odd, the M_{ab} for a and b positive and integer being already known to us.

Placing in [72] the expression of $L_s(C^2 u_1 v_1)$, we shall have

$$\begin{aligned} N_{hk} &= \frac{(AB - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} \left[A^{-\frac{s+h-1}{2}} B^{-\frac{s+k-1}{2}} \Gamma\left(\frac{s+h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+k-1}{2}\right) + \right. \\ &\quad + \sum_{g=1}^{\infty} \frac{(2 C^2)^g}{g! (s-1)(s+1) \dots (s+2g-3)} A^{-\frac{s+h+2g-1}{2}} B^{-\frac{s+k+2g-1}{2}} \\ &\quad \left. \Gamma\left(\frac{s+2g+h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+2g+k-1}{2}\right) \right] \\ &= \frac{(AB - C^2)^{\frac{s-1}{2}}}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} A^{-\frac{s+h-1}{2}} B^{-\frac{s+k-1}{2}} \Gamma\left(\frac{s+h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+k-1}{2}\right) \\ &\quad + \sum_{g=1}^{\infty} \frac{(s-h-1)(s-h-3) \dots (s-h-2g-3)(s-k-1)(s-k-3) \dots (s-k-2g-3)}{2^{h+k} (s-1)(s+1) \dots (s+2g-3)} \frac{2 C^2 A B}{g!} \end{aligned}$$

Now

$$\frac{C^2}{AB} = r^2$$

$$\begin{aligned} (AB - C^2)^{\frac{s-1}{2}} A^{-\frac{s+h-1}{2}} B^{-\frac{s+k-1}{2}} &= \left[\frac{AB - C^2}{AB} \right]^{\frac{s-1}{2}} A^{-\frac{h}{2}} B^{-\frac{k}{2}} \\ &= (1 - r^2)^{\frac{s-1}{2}} \left(\frac{2 \mu_{20} Q^2}{s} \right)^{\frac{h}{2}} \left(\frac{2 \mu_{02} Q^2}{s} \right)^{\frac{k}{2}} \end{aligned}$$

$$= Q^{s+h+k-1} (2 \mu_{20}/s)^{\frac{h}{2}} (2 \mu_{02}/s)^{\frac{k}{2}}$$

and the series in brackets is the hypergeometrical series $F(\alpha, \beta, \lambda, t)$ in which

$$\alpha = \frac{s+h-1}{2}, \beta = \frac{s+k-1}{2}, \gamma = \frac{s-1}{2}, t = \frac{C^2}{A B} = r^2.$$

Thus we come to the relation

$$\begin{aligned} N_{hk} &= Q^{s+h+k-1} \frac{\Gamma\left(\frac{s+h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+k-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left(\frac{2 \mu_{20}}{s}\right)^{\frac{h}{2}} \left(\frac{2 \mu_{02}}{s}\right)^{\frac{k}{2}} \\ &\quad F\left(\frac{s+h-1}{2}, \frac{s+k-1}{2}, \frac{s-1}{2}, r^2\right) \end{aligned}$$

This formula can be simplified with the aid of the relation

$$F(\alpha, \beta, \gamma, t) = (1-t)^{\alpha-\gamma-\beta} F(\gamma-\alpha, \gamma-\beta, \gamma, t)$$

due to EULER. Applying it we find:

$$\begin{aligned} [74] \quad N_{hk} &= \frac{\Gamma\left(\frac{s+h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+k-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left(\frac{2 \mu_{20}}{s}\right)^{\frac{h}{2}} \left(\frac{2 \mu_{02}}{s}\right)^{\frac{k}{2}} \\ &\quad \cdot F\left(-\frac{h}{2}, -\frac{k}{2}, \frac{s-1}{2}, r^2\right) \end{aligned}$$

Here

$$\begin{aligned} F\left(-\frac{h}{2}, -\frac{k}{2}, \frac{s-1}{2}, r^2\right) &= 1 + \frac{h k}{2(s-1)} \frac{r^2}{1!} + \\ &\quad + \frac{h(h-2)k(k-2)}{4(s-1)(s+1)} \frac{r^4}{2!} + \dots \end{aligned}$$

and it is evident that the series is finite, if h or k or both are even.

For example:

$$\begin{aligned} N_{12} &= \frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left(\frac{2 \mu_{20}}{s}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2 \mu_{02}}{s} \left[1 + \frac{r^2}{s-1}\right] \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \frac{s-1}{2} \left(\frac{2 \mu_{02}}{2}\right) \sqrt{\frac{2 \mu_{20}}{s}} \left[1 + \frac{r^2}{s-1}\right], \end{aligned}$$

$$V_{11} = \frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \frac{(s-1)(s+1)}{4} \left(\frac{2\mu_{20}}{s}\right)^2 \left[\frac{2\mu_{20}}{s} \left[1 + \frac{2r^2}{s-1} - \frac{r^4}{(s-1)(s-1)} \right] \right],$$

$$V_{23} = \frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \frac{s(s-1)}{4} \frac{2\mu_{20}}{s} \left(\frac{2\mu_{20}}{s}\right)^{\frac{3}{2}} \left[1 + \frac{3r^2}{s-1} \right].$$

Putting in [74] $h=2a$, $k=2b$ (a, b positive integers), we receive the following remarkable expression of M_{ab} in finite terms:

$$[75] \quad M_{ab} = \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2a-3) \cdot (s-1)(s+1)\dots(s+2b-3)}{s^{a+b}} \frac{a}{\mu_{20}} \frac{b}{\mu_{02}} \left[1 + \frac{ab}{s-1} \frac{2r^2}{1!} + \frac{a(a-1)b(b-1)}{(s-1)(s+1)} \cdot \frac{(2r^2)^2}{2!} + \dots \right]$$

We shall conclude this part with indication of some reduction-formulae for M_{hk} and N_{hk} , based on the general relation [73] and on some transformations of hypergeometrical series due to GAUSS.

These transformations are the following two :

$$\alpha(1-t)F(\alpha+1, \beta, \gamma, t) = (\alpha+\beta-\gamma)F(\alpha, \beta, \gamma, t) + (\gamma-\beta)F(\alpha, \beta-1, \gamma, t)$$

$$\beta(1-t)F(\alpha, \beta+1, \gamma, t) = (\alpha+\beta-\gamma)F(\alpha, \beta, \gamma, t) + (\gamma-\alpha)F(\alpha-1, \beta, \gamma, t).$$

Applying them to the right side of [73], we find without pain that

$$[76] \quad \left\{ \begin{aligned} N_{hk} &= \frac{s+h+k-1}{s} \mu_{20} N_{h, k-2} - \frac{h(s+h-3)}{s^2} Q^2 \mu_{20} \mu_{02} N_{h-2, k-h} \\ N_{hk} &= \frac{s+h+k-3}{s} \mu_{20} N_{h-2, k} - \frac{k(s+k-3)}{s^2} Q^2 \mu_{20} \mu_{02} N_{h-2, k-2} \end{aligned} \right.$$

Putting here $h=2a$, $k=2b$ we find :

$$[77] \quad \left\{ \begin{aligned} M_{ab} &= \frac{s+2a+2b-3}{s} \mu_{20} M_{a, b-1} - \frac{2a(s+2a-3)}{s^2} Q^2 \mu_{20} \mu_{02} M_{a-1, b-1} \\ M_{ab} &= \frac{s+2a+2b-3}{s} \mu_{02} M_{a-1, b} - \frac{2b(s+2b-3)}{s^2} Q^2 \mu_{20} \mu_{02} M_{a-1, b-1} \end{aligned} \right.$$

Eliminating in [76] $N_{h-2, k-2}$, we find

$$[78] \quad (h-k)s N_{hk} = h(s+h-3) \mu_{20} N_{h-2, k} - k(s+k-3) \mu_{02} N_{h, k-2},$$

wherefrom

$$[79] \quad (a-b)s M_{ab} = a(s+2a-3) \mu_{20} M_{a-1, b} - b(s+2b-3) \mu_{02} M_{a, b-1}.$$

Putting in these relations $k=h$ and $a=b$, we find:

$$[80] \quad \left| \begin{array}{l} N_{h-2, k} \mu_{20} = N_{h, k-2} \mu_{02}, \\ M_{a-1, b} \mu_{20} = M_{a, b-1} \mu_{02}. \end{array} \right.$$

PART II. — On the product-moments of $\bar{\mu}_{20}$, $\bar{\mu}_{02}$, $\bar{\mu}_{44}$ and on the moments of correlation coefficient.

1. *Generating function of the product-moments.* We shall continue to consider samples of number s from an infinite general population with two normally distributed variable x and y . We add to the quantities μ_{20} and μ_{02} , previously considered, the quantity

$$[81] \quad \bar{\mu}_{44} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

and pose the problem: to find the moments

$$[82] \quad M_{hkl} = E(\bar{\mu}_{20}^h \bar{\mu}_{02}^k \bar{\mu}_{44}^l)$$

and the distribution of $\bar{\mu}_{20}$, $\bar{\mu}_{02}$, $\bar{\mu}_{44}$ in our samples.

It is evident that the generating function $\varphi(\alpha, \beta, \gamma)$ of the moments M_{hkl} is defined by the equation

$$\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \lambda^s \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sum \theta_i(\alpha, y) + \alpha \bar{\mu}_{20} + \beta \bar{\mu}_{02} + \gamma \bar{\mu}_{44}} dX dY$$

$$dX = dx_1 dx_2 \dots dx_s, dY = dy_1 dy_2 \dots dy_s$$

which can be put into the form

$$[83] \quad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \lambda^s \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau} dU dV$$

$$(dU = du_1 du_2 \dots du_s, dV = dv_1 dv_2 \dots dv_s),$$

where

$$[84] \quad -\tau = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' - p' \sum v^2 - 2q' \sum v v' \\ + 2a \sum u v - 2b \sum u \sum v,$$

$$[85] \quad \left| \begin{array}{l} p = \frac{1}{2 \mu_{20} Q^2} - \frac{\alpha}{s} - \frac{\alpha}{s}, q = \frac{1}{2 \mu_{02} Q^2} - \frac{\beta}{s} + \frac{\beta}{s^2}, \\ q = \frac{\alpha}{s^2}, q' = \frac{\beta}{s^2}, a = \frac{r}{2 Q^2 \sqrt{\mu_{20} \mu_{02}}} + \frac{\gamma}{2s}, b = \frac{\gamma}{2s^2} \end{array} \right.$$

$$(Q^2 = 1 - r^2);$$

$$[86] \quad u_i = x_i - \bar{x}, v_i = y_i - \bar{y}, \quad (i = 1, 2, \dots, s)$$

Integrating the right side of [83] with regard to $r_1, r_2, \dots, r_s$ successively, we shall find that

$$[87] \quad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \lambda^s \sqrt{\pi^s / p' p'_1 \dots p'_{s-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau_s} dU,$$

where

$$[88] \quad -\tau_s = -p \sum u^2 - 2q \sum u u' + A'_1{}^2 / p' + A'_2{}^2 / p'_1 + \dots + A'_s{}^2 / p'_{s-1}$$

$$[89] \quad p'_{k+1} = p'_k - q'^2{}_k / p'_k, \quad q'_{k+1} = q'_k - q'^2{}_k / p'_k \\ (k=0, 1, \dots, s-2, p'_0 = p', q'_0 = q').$$

$$[90] \quad \begin{cases} A'_1 = b \sum u - a u_1, A'_2 = b \sum u - a u_2 - A'_1 q' / p', \dots, \\ A'_s = b \sum u - a u_s - A'_1 q' / p' - A'_2 q'_1 / p'_1 - \dots - \\ - A'_{s-1} q'_{s-2} / p'_{s-2}. \end{cases}$$

Now we shall transform $-\tau_s$ so, that the integral in [87] takes the form considered at the beginning of this paper. For this aim we introduce the quantities

$$A_1, A, \dots, A_{s-1}$$

defined above by the relations [44], in which p'_i and q'_i have the same value as in the present paragraph.

It was established that

$$[91] \quad A_h = \frac{a q'_{h-1}}{p'_{h-1}} \cdot \sum_{i=1}^h u_i \quad (h=1, 2, \dots, s-1).$$

It is clear that for $b=0$ A'_h must be reduced to $A_{h-1} a u_h$, for in this case $\gamma=0$ and our generating function is transformed in the generating function of the moments M_{hk} . Thus we can write

$$A'_h = b A''_h + A_{h-1} a u_h$$

But it is easy to see that

$$A''_1 = \sum u \\ A''_2 = \sum u - \frac{q' A'_1}{p'}, \\ A''_3 = \sum u - \frac{q' A''_1}{p'} - \frac{q'_1 A''_2}{p'_1}$$

and so on. Herefrom, remarking that $p'_1 - q'_1 = p' - q' = \dots = p' - q'$, we find

$$A''_h = \frac{(p' - q')^{h-1}}{p' p'_1 \dots p'_{h-2}} \sum u$$

and therefore

$$A'_h = b \frac{(p' - q')^{h-1}}{p' p'_1 \dots p'_{h-2}} \sum u + A_{h-1} - a u_h$$

and

$$\begin{aligned} -\tau_s = & -p \sum u^2 - 2q \sum u u' + \sum_{h=1}^s (A_{h-1} - a u_h)^2 / p'_{h-1} \\ & + b^2 (\sum u)^2 \sum_{h=1}^s \frac{p' - p')^{2(h-1)}}{(p' p'_1 \dots p'_{h-2})^2 p'_{h-1}} \\ [92] \quad & + 2b \sum u \sum_{h=1}^s \frac{(p' - q')^{h-1}}{p' p'_1 \dots p'_{h-1}} (h-1 - a u_h), \end{aligned}$$

where it must be put: $A_0 = 0, p'_0 = p'$.

Now, as it was established above,

$$\begin{aligned} [93] \quad & -p \sum u^2 - 2q \sum u u' + \sum_{h=1}^s (A_{h-1} - a u_h)^2 / p'_{h-1} = - \\ & -P \sum u^2 - 2Q \sum u u', \\ & P = p - a^2 / p'_{s-1}, \quad Q = q + \frac{a^2}{p' - q'} - a^2 / p'_{s-1} \end{aligned}$$

Then, using the relations

$$p'_h = \frac{(p' - q')(p' + h q')}{p' + (h-1)q'}, \quad q'_h = \frac{q'(p' - q')}{p' + (h-1)q'},$$

we easily find that

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^s \frac{(p' - q')^{2(h-1)}}{(p' p'_1 \dots p'_{h-2})^2 p'_{h-1}} = \frac{1}{p'} + \frac{p' - q'}{p'(p' + q')} + \\ & \quad + \frac{p' - q'}{(p' + s - 2q')(p' + 2q')} + \dots + \\ & \quad + \frac{p' - q'}{(p' + s - 2q')(p' + s - 1q')} \\ & = \frac{1}{p'} + (p' - q') \left[\frac{1}{p'} - \frac{1}{p' + s - 1q'} \right] \cdot \frac{1}{q'}, \\ [94] \quad & = \frac{s}{p' + s - 1q'}. \end{aligned}$$

Similarly we find that

$$\sum_{h=1}^{\infty} \frac{(p' - q')^{h-1}}{p' p'_1 \dots p'_{h-1}} A_{h-1} a u_h = \sum_{h=1}^{\infty} \frac{A_{h-1} - a u_h}{p' + (h-1)q'}$$

Using the relations [91], we find that the coefficient of u_h in this expression is

$$a \left[\frac{1}{p' + (h-1)q'} - \frac{q^h}{(p' + (h-1)q')(p' + hq')} - \dots - \frac{q^h}{(p' + s-2q')(p' + s-1q')} \right] = \frac{a}{p' + s-1q'}.$$

Therefore

$$[95] \quad \sum_{h=1}^s \frac{(p' - q')^{h-1}}{p' p'_1 \dots p'_{h-1}} (A_{h-1} - a u_h) = - \frac{a}{p' + s-1q'} \sum_{h=1}^s u_h$$

Taking in account [93], [94] and [95], we rewrite [92] in the form

$$- \tau_s = - P \sum u^2 - 2 Q \sum u u' + \frac{s b^2}{p' + (s-1)q'} (\sum u) - \frac{2 a b}{p' + (s-1)q'} (\sum u)^2$$

or

$$[96] \quad - \tau_s = - P_1 \sum u^2 - 2 Q_1 \sum u u',$$

where

$$[97] \quad \begin{cases} P_1 = P - \frac{s b^2}{p' + (s-1)q'} + \frac{2 a b}{p' + (s-1)q'}, \\ Q_1 = Q - \frac{s b^2}{p' + (s-1)q'} + \frac{2 a b}{p' + (s-1)q'}. \end{cases}$$

It was established above, that for α and β sufficiently small $P > 0$, $P > Q$, $+(s-1)Q > 0$; we remark, that $b = 0$ for $\gamma = 0$, and then [97] show that for α, β, γ sufficiently small we shall have also

$$P_1 > 0, P_1 > Q_1, P_1 + (s-1)Q_1 > 0.$$

We see that we can apply the result of the paragraph 2 of part I to the integral

$$\varphi(\alpha, \beta, \gamma) \lambda^s \sqrt{\pi^s / p' p'_1 \dots p'_{s-1}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-P_1 \sum u^2 - 2 Q_1 \sum u u'} dU$$

to which is now reduced the integral [87], and thus we receive

$$\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \lambda^s \sqrt{\pi^s / p' p'_1 \dots p'_{s-1}} \sqrt{\pi^s / (P_1 - Q_1)^{s-1} (P_1 - s-1 Q_1)}$$

or, after some calculations,

$$[98] \quad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \left[\left(\frac{1}{Q} - \frac{2\alpha\mu_{20}Q}{s} \right) \left(\frac{1}{Q} - \frac{2\beta\mu_{02}Q}{s} \right) - \left(\frac{r}{Q} + \frac{\gamma Q \sqrt{\mu_{20}\mu_{02}}}{s} \right)^2 \right]^{-\frac{s-1}{2}}$$

Such is the generating function of the moments M_{hkl} . Putting therein $\gamma = 0$, we find the generating function of the moments M_{hk} previously found, and putting $\alpha = \beta = \gamma$, we find

$$[99] \quad \psi(\gamma) = \left[\frac{1}{Q^2} - \left(\frac{r}{Q} + \frac{\gamma Q \sqrt{\mu_{20}\mu_{02}}}{s} \right)^2 \right]^{-\frac{s-1}{2}}$$

what represents the generating function of the moments

$$[100] \quad M_{...l} = E(\bar{\mu}_{ll}^l).$$

We remark that the function $\varphi(\alpha, \beta, \gamma)$ can be put into the form

$$[101] \quad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = (A - B - C^2)^{-\frac{s-1}{2}} [(A - \alpha)(B - \beta) - (C + \frac{1}{2}\gamma)^2]^{-\frac{s-1}{2}},$$

where A, B, C have the same values as above.

2. *Distribution of $\bar{\mu}_{20}, \bar{\mu}_{02}, \bar{\mu}_{11}$.* The moments M_{hkl} can be evaluated from [98]. But the same can be made with some advantage by the means of the law of distribution of the empirical moments $\mu_{20}, \mu_{02}, \mu_{11}$, which we shall denote further with ξ, η, ζ , so that

$$\xi = \bar{\mu}_{20}, \eta = \bar{\mu}_{02}, \zeta = \bar{\mu}_{11}.$$

The law of distribution of ξ, η, ζ was found in 1915 by R. A. FISHER (V) in the form:

$$[102] u = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} (A - B - C^2)^{-\frac{s-1}{2}} e^{-A\xi - B\eta - 2C\zeta} (\xi\eta - \zeta^2)^{-\frac{s-4}{2}}$$

He found it by the evaluation of a multiple integral. But it can be received by an other method, which we shall expose here.

Assuming that the equation of distribution of ξ, η, ζ has the form

$$[103] \quad u = (A - B - C^2)^{-\frac{s-1}{2}} f(\xi, \eta, \zeta),$$

we find that the unknown function $f(\xi, \eta, \zeta)$ must be a solution of the integral equation

$$[104] \quad \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-\infty}^a f(\xi, \eta, \zeta) e^{a\xi + \beta\eta + \gamma\zeta} d\zeta = \\ = [(A - a)(B - \beta) - (C + \frac{1}{2}\gamma)^2]^{-\frac{s-1}{2}},$$

where the limits $\pm a = \pm \sqrt{\xi\eta}$ are based on the relation

$$\bar{\mu}_{11}^2 - \bar{\mu}_{20}\bar{\mu}_{02} \equiv \zeta^2 - \xi\eta \leq 0.$$

In my note on the moments of ξ, η, ζ , printed in the « Comptes Rendus », vol. 180, I had overlooked this relation and had taken instead of [124] the equation

$$\int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-\infty}^\infty f(\xi, \eta, \zeta) e^{a\xi + \beta\eta + \gamma\zeta} d\zeta = \\ = [(A - a)(B - \beta) - (C + \frac{1}{2}\gamma)^2]^{-\frac{s-1}{2}},$$

which I could not solve fully. The right equation [104] is much easier to solve than this wrong one. Mr. R. A. FISHER, in his note *Sur la solution de l'équation intégrale de M. V. ROMANOVSKY*, printed in the same volume of the « Comptes Rendus », has shown directly, by substituting

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \frac{2^{s-3}}{\pi^{\frac{s-3}{2}} 3!} e^{-A\xi - B\eta + 2C\zeta} (\xi\eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}}$$

in [104], that the law [102], found by him in 1915, satisfies this integral equation, multiplied bothsides with $(A - B - C)^{\frac{s-1}{2}}$. This can be shown also in the following manner.

Let us write [104] in more condensed form:

$$[105] \quad \int f(\xi, \eta, \zeta) e^{a\xi + \beta\eta + \gamma\zeta} d\varepsilon = H_s$$

putting

$$[106] \quad d\varepsilon = d\xi d\eta d\zeta, H_s = [(A - a)(B - \beta) - (C + \frac{1}{2}\gamma)^2]^{-\frac{s-1}{2}}.$$

It is evident that $f(\xi, \eta, \zeta)$ must involve A, B, C . Therefore

$$[107] \quad \left\{ \begin{aligned} \int \frac{\partial f}{\partial A} e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= -\frac{s-1}{2} (B - \beta) H_{s+2}, \\ \int \frac{\partial f}{\partial B} e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= -\frac{s-1}{2} (A - \alpha) H_{s+2}, \\ \int \frac{\partial f}{\partial C} e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= (s-1) \left(C + \frac{1}{2} \gamma \right) H_{s+2}. \end{aligned} \right.$$

Differentiating [105] with regard to α, β, γ , we shall find

$$[108] \quad \left\{ \begin{aligned} \int \xi f e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= \frac{s-1}{2} (B - \beta) H_{s+2}, \\ \int \eta f e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= \frac{s-1}{2} (A - \alpha) H_{s+2}, \\ \int \zeta f e^{\alpha \xi + \beta \eta + \gamma \zeta} d\varepsilon &= \frac{s-1}{2} \left(C + \frac{1}{2} \gamma \right) H_{s+2}. \end{aligned} \right.$$

Comparing [107] and [108], we see that we must have

$$\frac{\partial f}{\partial A} + \xi f = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial B} + \eta f = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial C} - 2\zeta f = 0,$$

wherefrom it follows, that $f(\xi, \eta, \zeta)$ must be of the form

$$[109] \quad f(\xi, \eta, \zeta) = e^{-A\xi - B\eta + C\zeta} \psi(\xi, \eta, \zeta),$$

where $\psi(\xi, \eta, \zeta)$ is some function of ξ, η, ζ , involving not A, B, C .

It is easy to see that the right side of [104] can be expanded in series by the binomial theorem, if α, β, γ are sufficiently small. But, before expanding, we transform [104], putting $\zeta = t \sqrt{\xi \eta}$, and receive:

$$\int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-1}^{+1} e^{-(A-\alpha)\xi - (B-\beta)\eta + (2C+\gamma)t\sqrt{\xi\eta}} \sqrt{\xi\eta} \psi(\xi, \eta, t) dt = H_s$$

$$(\psi(\xi, \eta, t) \equiv \psi(\xi, \eta, t/\sqrt{\xi\eta})).$$

Putting here $\gamma = -2C$, we remark that $\psi(\xi, \eta, t)$ must be of the form $(\xi \eta)^{\frac{s-4}{2}} \omega(t)$, where $\omega(t)$ must be an even function of t . Now, expanding the right side of this equation by the binomial theorem

and replacing $e^{(2C+\gamma)t\sqrt{\xi}\eta}$ by its series, we receive

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-1}^{+1} (\xi\eta)^{\frac{s-3}{2}} \omega(t) e^{-(A-\alpha)\xi-(B-\beta)\eta} \sum_{h=0}^\infty \frac{(2C+\gamma)^h t^h (\xi\eta)^{\frac{h}{2}}}{h!} dt = \\
 [110] & = \sum_{g=0}^\infty \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2g-3)}{2^g} [(A-\alpha)(B-\beta)]^{-\frac{s+2g-1}{2}} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{s+2g-1}{2}}}{g!}
 \end{aligned}$$

The left side of this equation, as $\omega(t)$ is an even function, can be rewritten in the form

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-1}^{+1} (\xi\eta)^{\frac{s-3}{2}} \omega(t) e^{-(A-\alpha)\xi-(B-\beta)\eta} \sum_{g=0}^\infty \frac{(2C+\gamma)^{2g} t^{2g} (\xi\eta)^g}{(2g)!} dt = \\
 & = \sum_{g=0}^\infty \frac{(2C+\gamma)^{2g}}{(2g)!} \int_0^\infty \xi^{\frac{s+2g-3}{2}} e^{-(A-\alpha)\xi} d\xi \int_0^\infty \eta^{\frac{s+2g-3}{2}} e^{-(B-\beta)\eta} d\eta \int_{-1}^{+1} t^{2g} \omega(t) dt = \\
 & = \sum_{g=0}^\infty \frac{(2C+\gamma)^{2g}}{(2g)!} [(A-\alpha)(B-\beta)]^{-\frac{s+2g-1}{2}} \Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)^{-1} \int_{-1}^{+1} t^{2g} \omega(t) dt.
 \end{aligned}$$

Substituting this in [110], we immediately find

$$\begin{aligned}
 & \int_{-1}^{+1} t^{2g} \omega(t) dt = \frac{(s-1)(s+1)\dots(s+2g-3)}{2^g} \cdot \frac{(2g)!}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{2^{2g} g!} \\
 & = \frac{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} \\
 & = \frac{\Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)}
 \end{aligned}$$

But it is not difficult to see that

$$\frac{1}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)} = \frac{2^{s-3}}{\pi (s-3)!}$$

and that

$$\int_0^1 t^\alpha (1-t)^\beta dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\beta+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+\beta+3}{2}\right)}.$$

Thus

$$\int_{-1}^{+1} t^{2g} \omega(t) dt = 2 \int_0^1 t^{2g} \omega(t) dt = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} \int_0^1 t^{2g} (1-t^2)^{\frac{s-4}{2}} dt,$$

wherefrom

$$\omega(t) = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} (1-t^2)^{\frac{s-4}{2}}.$$

Inferring this in the relation $\psi(\xi, \eta, t) = (\xi \eta)^{\frac{s-4}{2}} \omega(t)$ and returning to the variables ξ, η, ζ , we find

$$\psi(\xi, \eta, \zeta) = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} (\xi \eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}}$$

and, by the means of [109] and [103],

$$[111] u = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} (A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}} e^{-A\xi - B\eta + 2C\xi} (\xi \eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}}.$$

We have refound Mr. R. A. FISHER's solution.

3. *Evaluation of the product-moments* M_{hkl} . Let l be some positive integer number and h and k any real numbers, satisfying the conditions

$$s + 2h - 1 > 0, s + 2k - 1 > 0.$$

Then we shall have

$$[112] M_{hkl} = K \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_{-a}^{+a} \xi^h \eta^k \zeta^l e^{-A\xi - B\eta + 2C\xi} (\xi \eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}} d\zeta$$

where

$$a = \sqrt{\xi \eta}, K = \frac{2^{s-3}}{\pi(s-3)!} (A B - C^2)^{\frac{s-1}{2}}$$

Now, putting $\zeta = t \sqrt{\xi \eta}$, we find

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^{+a} e^{(2C + \gamma)\xi} (\xi \eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}} d\zeta = \\ &= (\xi \eta)^{\frac{s-3}{2}} \int_{-1}^{+1} e^{(2C + \gamma)t \sqrt{\xi \eta}} (1-t^2)^{\frac{s-4}{2}} dt \\ &= 2 (\xi \eta)^{\frac{s-3}{2}} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(2C + \gamma)^{2g} (\xi \eta)^g}{(2g)!} \int_0^1 t^{2g} (1-t^2)^{\frac{s-4}{2}} dt \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^{+a} e^{(2C+\gamma)\xi} (\xi\eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}} d\zeta = \\ & = (\xi\eta)^{\frac{s-3}{2}} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} \frac{(2C+\gamma)^{2g}}{(2g)!} (\xi\eta)^g. \end{aligned}$$

Differentiating this relation bothsides l times with regard to γ and putting thereafter $\gamma = 0$, we find

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^{+a} e^{2C\xi} (\xi\eta - \zeta^2)^{\frac{s-4}{2}} \zeta^l d\zeta = \\ & = (\xi\eta)^{\frac{s-3}{2}} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} (\xi\eta)^g \left[\frac{d^l (2C + \gamma)^{2g}}{d\gamma^l} \right]_{\gamma=0} \end{aligned}$$

Inferring this in [112] and using the relation

$$\int_0^{\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = a^{-p} \Gamma(p) \quad (a > 0),$$

we easily find

$$\begin{aligned} M_{hkl} &= K \sum_{g=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2g-1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{s+2g+2h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+2g+2k-1}{2}\right) \\ & \cdot A^{-\frac{s+2g+2h-1}{2}} B^{-\frac{s+2g+2k-1}{2}} \frac{1}{(2g)!} \left[\frac{d^l (2C + \gamma)^{2g}}{d\gamma^l} \right]_{\gamma=0}, \end{aligned}$$

which can be put into the form

$$M_{hkl} = (AB - C^2)^{\frac{s-1}{2}} A^{-\frac{s+2h-1}{2}} B^{-\frac{s+2k-1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{s+2h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+2k-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)}.$$

$$\begin{aligned} [113] \quad & \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(s+2h-1)(s+2h+1) \dots (s+2h+2g-3)(s+2k-1)(s+2k+1) \dots (s+2k+2g-3)}{2^g \cdot g! (s-1)(s+1) \dots (s+2g-3)} \\ & \cdot (AB)^{-g} \left[\frac{d^l (C + \frac{1}{2} \gamma^2)^g}{d\gamma^l} \right]_{\gamma=0} \end{aligned}$$

if we remark that

$$\frac{\Gamma\left(\frac{2g+1}{2}\right)}{(2g)!} = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2g}g!} \quad \text{and} \quad \frac{2^{s-3}\Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)}{(s-3)!} = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)}$$

$$A^{-h} B^{-k} = \frac{A^{-\frac{s-1}{2}} B^{-\frac{s+2h-1}{2}} C^{\frac{s+2k-1}{2}}}{\left(\frac{AB-C^2}{AB}\right)^{\frac{s-1}{2}}} A^{-h} B^{-k} = Q^{s-1} A^{-h} B^{-k}$$

and the series on the right side of [113] is the hypergeometrical function

$$F\left(\frac{s+2h-1}{2}, \frac{s+2k-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right),$$

differentiated l times with regard to γ . Thus we receive finally:

$$M_{hkl} = Q^{s-1} A^{-h} B^{-k} \frac{\Gamma\left(\frac{s+2h-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s+2k-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)}.$$

[134]

$$\left[\frac{d^l}{d\gamma^l} F\left(\frac{s+2h-1}{2}, \frac{s+2k-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right) \right]_{\gamma=0}$$

This is the general formula of the moments M_{hkl} . It is not difficult to verify that it can be received for h, k, l positive and integer from the generating function $\varphi(\alpha, \beta, \gamma)$.

4. *Moments of correlation coefficient.* — We shall now find the moments of empirical correlation coefficient

$$\bar{r} = \frac{\mu_{11}}{\sqrt{\mu_{20} \mu_{02}}}$$

Let us denote the n^{th} moment of $\bar{r}$ with R_n . Then

$$R_n = E(\bar{r}^n) = E\left(\bar{\mu}_{20}^{-\frac{n}{2}} \bar{\mu}_{02}^{-\frac{n}{2}} \mu_{11}^n\right)$$

or

$$R_n = M_{-\frac{n}{2}, -\frac{n}{2}, n}$$

If $n < s - 1$, we can apply the formula [114] and we receive restituting the values of A and B ,

$$[115] \quad R_n = q^{n-2n-1} \left(\frac{s}{2 \sqrt{\mu_{20} \mu_{02}}} \right)^n \frac{\Gamma^2 \left(\frac{s-n-1}{2} \right)}{\Gamma^2 \left(\frac{s-1}{2} \right)} \left(\frac{d^n y}{d \gamma^n} \right)_{\gamma=0}.$$

where

$$[116] \quad y = F \left(\frac{s-n-1}{2}, \frac{s-n-1}{2}, \frac{s-1}{2}, u \right), \quad u = \frac{\left(C + \frac{1}{2} \gamma \right)^2}{AC}.$$

Now all difficulty consists in finding the derivative $\frac{d^n y}{d \gamma^n}$. It can be found with the aid of the well known formula of FIA-DE-BRUNO for higher derivatives of a function of function. Remarking that

$$\frac{d^h u}{d \gamma^h} = 0 \text{ for } h > 2,$$

we can write, applying this formula:

$$[117] \quad \frac{d^n y}{d \gamma^n} = \sum \frac{n!}{k! m!} \frac{d^{k+m} y}{d u^{k+m}} \left(\frac{d u}{d \gamma} \right)^k \left(\frac{1}{2} \frac{d u}{d \gamma^2} \right)^m,$$

where summation must be made for all positive integers k and m such that $k + 2m = n$.

We must consider two cases.

I case: $n = 2v$. Then we conclude from $k + 2m = 2v$ that k must be even. Putting $k = 2p$ we receive $m = v - p$ and it is evident that we shall find all admissible values of k and m , taking $p = 0, 1, 2, \dots, v$.

Thus

$$[118] \quad \frac{d^{2v} y}{d \gamma^{2v}} = \sum_{p=0}^v \frac{2v!}{2p! (v-p)!} \frac{d^{2v+2p} y}{d u^{2v+2p}} \left(\frac{d u}{d \gamma} \right)^{2p} \left(\frac{1}{2} \frac{d u}{d \gamma^2} \right)^{v-p}.$$

We apply further the well known expression for the higher derivatives of the hypergeometrical functions:

$$\frac{d^h}{d u^h} F(a, \beta, \gamma, u) = \frac{a(a+1)\dots(a+h-1) \cdot \beta(\beta+1)\dots(\beta+h-1)}{\gamma(\gamma+1)\dots(\gamma+h-1)} F(a+h, \beta+h, \gamma+h, u)$$

Hence, with the aid of the EULER's transformation,

$$\begin{aligned} & \frac{d^h}{d u^h} F(\alpha, \beta, \gamma, u) = \\ & = \frac{\alpha(\alpha+1) \dots (\alpha+h-1) (2+1) \dots (2+h-1)}{\gamma(\gamma+1) \dots (\gamma+h-1)} (1-u)^{\gamma-\alpha-\beta-h} \\ & \quad F(\gamma-\alpha, \gamma-\beta, \gamma+h, u). \end{aligned}$$

Applying this relation, we find:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d^{v+p} y}{d u^{v+p}} \right]_{\gamma=0} = \\ & = \frac{(s-2v-1)^2 (s-2v+1)^2 \dots (s+2p-3)^2}{2^{v+p} (s-1)(s+1) \dots (s+2v+2p-3)} q^{-s+2(v-p)+1} \cdot \\ & \quad F\left(v, v, \frac{s-1}{2} + v + p, r^2\right). \end{aligned}$$

With the aid of this expression and the values of

$$\left(\frac{d u}{d \gamma} \right)_{\gamma=0}, \quad \left(\frac{d^2 u}{d \gamma^2} \right)_{\gamma=0} \dots$$

which it is not difficult to find, we receive from [118] and [115]

$$\begin{aligned} [119] \quad R_{2v} &= \frac{(2v)! q^{2v}}{2^{2v} \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \sum_{p=0}^v \frac{\Gamma^2\left(\frac{s+2p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2v+2p-1}{2}\right)} \frac{(2r/q)^{2p}}{(2p)!(v-p)!} \\ & \quad \cdot F\left(v, v, \frac{s-1}{2} + v + p, r^2\right) \end{aligned}$$

II case: $n = 2v + 1$. In this case, by the same method we find:

$$\begin{aligned} [120] \quad R_{2v+1} &= \frac{(2v+1)! q^{2v+1}}{2^{2v+1} \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \sum_{p=0}^v \frac{\Gamma^2\left(\frac{s+2p}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2v+2p+1}{2}\right)} \frac{(2r/q)^{2p+1}}{(2p+1)!(1-p)!} \\ & \quad \cdot F\left(\frac{2v+1}{2}, \frac{2v+1}{2}, \frac{s-1}{2} + v + p + 1, r^2\right) \end{aligned}$$

In cooperative study (VIII), pp. 333-336, we find another formulae for R_{2v} and R_{2v+1} . For example, in our notations,

$$R_{2v} = {}_v R_{2v-2} - \frac{v(v-1)}{2!} R_{2v-4} + \dots + (-1)^v \gamma_{2v},$$

where

$$\gamma_{v2} = q^{2v} \frac{q s + 2v - 2}{q s - 2} F(v, v, \frac{s-1}{2} + v, r^2),$$

$$q_h = \int_0^{\pi/2} \sin^{h-1} \varphi d\varphi.$$

Similar formula is for R_{2v+1} . These formulae do not seem to be simpler, than [119] and [120].

5. *Mean errors of correlation and regression coefficients.* — We shall apply our general formulae [119] and [120] to the research of mean errors of correlation and regression coefficients

$$\bar{r} = \frac{\bar{\mu}_{11}}{\sqrt{\bar{\mu}_{20} \bar{\mu}_{02}}}, \quad \bar{q}_{yx} = \bar{r} \frac{\bar{\mu}_{12}}{\bar{\mu}_{20}} = \frac{\bar{\mu}_{11}}{\bar{\mu}_{20}},$$

denoting these errors with $\sigma_{\bar{r}}$ and $\sigma_{\bar{q}_{yx}}$.

We shall consider at first $\sigma_{\bar{r}}$. We have

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{r}}^2 &= E(\bar{r} - E\bar{r})^2 = E\bar{r}^2 - (E\bar{r})^2 \\ &= R_2 - R_1^2. \end{aligned}$$

From [119] and [120] we find without difficulty:

$$[121] \quad R_1 = \frac{2}{s-1} \cdot \frac{\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} r F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{s+1}{2}, r^2\right),$$

$$[122] \quad R_2 = \frac{q^2}{s-1} \left[F\left(1, 1, \frac{s+1}{2}, r^2\right) + \frac{(s-1)^2 r^2}{s+1 q^2} F\left(1, 1, \frac{s+3}{2}, r^2\right) \right],$$

whence, replacing q with its value :

$$\begin{aligned} [123] \quad \sigma_{\bar{r}}^2 &= \frac{1-r^2}{s-1} \left[F\left(1, 1, \frac{s+1}{2}, r^2\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(s-1)}{s+1} \frac{r^2}{1-r^2} F\left(1, 1, \frac{s+3}{2}, r^2\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{4}{s-1} \frac{\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \frac{r^2}{1-r^2} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{s+1}{2}, r^2\right) \right] \end{aligned}$$

Such is the exact value of the variance, or the square of the mean error, of $\bar{r}$. It is not difficult to receive from [123] various

approximations to the true value of σ_r . Expanding the brackets of [123] in series of $\frac{1}{s}$ we find:

$$[124] \quad \sigma_r^2 = \frac{(1-r^2)^2}{s-1} \left[1 + \frac{11r^2}{2s} + \frac{75r^2-13}{2s^2} + \dots \right],$$

wherefrom the well known first approximation of σ_r :

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{s-1}}.$$

R_1 represents the probable value of $\bar{r}$. Expanding its expression [121] in series of $\frac{1}{s}$, we find

$$R_1 = E(\bar{r}) = r \left[1 - \frac{1-r^2}{2s} - \frac{3(1-r^2)(3r^2+1)}{8s^2} - \frac{3(1-r^2)(25r^2-2r^2+1)}{16s^3} - \dots \right].$$

Accordingly r is only a first approximation to the probable value of $\bar{r}$.

The relation [121] for R_1 and other, expressing R_1 through the elliptic integrals, we find in cooperative study (VIII), pp. 336 and 363.

Let us now find $\sigma_{\bar{Q}_{yx}}$. We have

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{Q}_{yx}}^2 &= E(\bar{Q}_{yx} - E\bar{Q}_{yx})^2 \\ &= E\bar{Q}_{yx}^2 - (E\bar{Q}_{yx})^2 \\ &= E(\bar{\mu}_{z0}^{-2} \bar{\mu}_{t1}^{-2}) - [E(\bar{\mu}_{z0}^{-1} \bar{\mu}_{t1})]^2 \\ &= M_{-2, 0, 2} - M_{-1, 0, 1}^2 \end{aligned}$$

It is very, remarkable that the moments $M_{-1, 0, 1}$ and $M_{-2, 0, 2}$, representing the mean values of

$$\bar{Q}_{yx} \text{ and } \bar{Q}_{yx}^2$$

are expressible in finite and very simple form. Indeed, we have

$$\begin{aligned} \sigma_{-1, 0, 1} &= Q^{s-1} A \frac{\Gamma\left(\frac{s-3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left[\frac{d}{d\gamma} F\left(\frac{s-3}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right) \right]_{\gamma=0} \\ \sigma_{-2, 0, 2} &= Q^{s-1} A^2 \frac{\Gamma\left(\frac{s-5}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left[\frac{d^2}{d\gamma^2} F\left(\frac{s-5}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right) \right]_{\gamma=0} \end{aligned}$$

But, applying the EULER's transformation, we find:

$$F\left(\frac{s-3}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right) = \left[1 - \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^{-\frac{s-3}{2}}}{AB}\right],$$

$$F\left(\frac{s-5}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^2}{AB}\right) = \left[1 - \frac{\left(C + \frac{1}{2}\gamma\right)^{-\frac{s-5}{2}}}{AB}\right].$$

Taking in account these relations and simple transformations of Γ -functions, we find without difficulty:

$$[125] \quad M_{-1, 0, 1} = \text{mean of } \bar{Q}_{yx} = r \sqrt{\frac{A}{B}} = r \sqrt{\frac{\mu_{02}}{\mu_{20}}} = Q_{yx},$$

$$[126] \quad M_{-2, 0, 2} = \text{mean of } \bar{Q}^2_{yx} = \frac{A}{B} r^2 + \frac{1-r^2}{s-3} \cdot \frac{A}{B}$$

$$= \left[r^2 + \frac{1-r^2}{s-3}\right] \frac{\mu_{02}}{\mu_{20}}.$$

We find now

$$\sigma^2 \bar{Q}_{yx} = M_{-2, 0, 2} - M_{-1, 0, 1}^2 = \frac{1-r^2}{s-3} \frac{\mu_{02}}{\mu_{20}},$$

wherefrom

$$[127] \quad \sigma \bar{Q}_{yx} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{s-3}}$$

The ordinary approximate formula

$$\sigma \bar{Q}_{yx} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{s}}$$

is not simpler than [127] and evidently is to be abandoned.

In concluding this paragraph we shall remark that the mean error and the mean value of r can be expressed through some definite integrals. Indeed, it is known that

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)} \int_0^1 u^{\alpha-1} (1-u)^{\gamma-\alpha-1} (1-ux)^{-\beta} du.$$

Therefor, as it is clear from [121] and [123],

$$[128] \quad R_1 = \text{mean of } \bar{r} = \frac{r}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \int_0^1 \frac{(1-u)^{\frac{s-2}{2}} du}{\sqrt{u(1-r^2u)}};$$

$$G_r = 1 - \frac{r^2}{2} \int_0^1 \frac{(1-u)^{\frac{s-3}{2}} du}{1-r^2 u} + \frac{(s-1)r^2}{2} \int_0^1 \frac{(1-u)^{\frac{s-1}{2}} du}{1-r^2 u} \quad [129]$$

$$= \frac{r^2}{\pi} \frac{\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left[\int_0^1 \frac{(1-u)^{\frac{s-2}{2}} du}{\sqrt{u(1-r^2 u)}} \right]^2.$$

6. *Distribution of $\bar{r}$ in the case $r=0$.* In concluding this paper we shall consider shortly the problem of the distribution of empirical coefficient of correlation in the case when in the general population x and y are uncorrelated, that is when $r=0$.

We shall consider at first the moments of $\bar{r}$ in this case, denoting them with R_h^0 , so that

$$R_h^0 = E(\bar{r}^h) \text{ for } r=0.$$

When $r=0$, $\varrho=1$ and $C=0$ and we have

$$R_h^0 = M_{-\frac{h}{2}, -\frac{h}{2}, h} = \frac{\frac{h}{2} \Gamma^2\left(\frac{s-h-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \left[\frac{d^h}{d\gamma^h} F\left(\frac{s-h-1}{2}, \frac{s-h-1}{2}, \frac{s-1}{2}, \frac{\gamma^2}{4AB}\right) \right]_{\gamma=0}.$$

We see that $R_h^0=0$ for h uneven. If $h=2k$, we shall have

$$R_{2k}^0 = (AB)^k \frac{\Gamma\left(\frac{s-2k-1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{s-1}{2}\right)} \frac{(s-2k-1)^2 (s-2k-1)^2 \dots (s-3)^2 \cdot 1 \cdot (2k)!}{2^k (s-1)(s-1) \dots (s-2k-3) \cdot k! (4AB)^k},$$

or

$$[130] \quad R_{2k}^0 = \frac{(2k)!}{2^k \cdot k! (s-1)(s+1) \dots (s+2k-3)},$$

for

$$\Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right) = \frac{(s-3)(s-5) \dots (s-2k-1)}{2^k} \Gamma\left(\frac{s-2k-1}{2}\right).$$

The same result we receive from [119] and [120], putting therein $r=0$, $\varrho=1$.

It is not difficult to verify, that the same moments has the distribution

$$u = C(1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}(s-4)}$$

or

$$[131] \quad u = \frac{(s-3)!}{2^{s-3} \Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}(s-4)}$$

if we chose the constant C so that

$$C \int_{-1}^{+1} (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}(s-4)} d\xi = 1.$$

Indeed, we shall have

$$\frac{(s-3)!}{2^{s-3} \Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} \xi^{2k+1} (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}(s-4)} d\xi = 0,$$

for the integrand is an uneven function, and

$$\begin{aligned} & \frac{(s-3)!}{2^{s-3} \Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} \xi^{2k} (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}(s-4)} d\xi = \\ &= \frac{(s-3)!}{2^{s-3} \Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} \int_0^1 \eta^{k-\frac{1}{2}} (1 - \eta)^{\frac{1}{2}(s-4)} d\eta \\ &= \frac{(s-3)!}{2^{s-3} \Gamma^2\left(\frac{s-2}{2}\right)} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{2k+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+2k-1}{2}\right)} \\ &= \frac{(2k)!}{2^k \cdot k!} \cdot \frac{(s-3)! \sqrt{\pi}}{2^{s-3} \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{(s-1)(s+1)\dots(s+2k-3)} \\ &= \frac{(2k)!}{2^k \cdot k!} \cdot \frac{1}{(s-1)(s+1)\dots(s+2k-3)}, \end{aligned}$$

for

$$\Gamma\left(\frac{2k+1}{2}\right) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2^k} \sqrt{\pi} = \frac{(2k)!}{2^k \cdot k!} \sqrt{\pi}$$

and

$$\frac{(s-3)! \pi}{2^{s-3} \Gamma\left(\frac{s-2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{s-1}{2}\right)} = 1.$$

We may conclude, that [131] gives us the equation of the distribution of $\bar{r} = \bar{z}$ in the case, when $r = 0$. But this conclusion is not quite correct, for, as it is evident from the deduction of [130], we can establish this expression of R_{2k}^0 only for those values of $2k$ which do not exceed $s-1$ whereas the serie of moments R_{2k}^0 is unlimited.

If $r = 0$, we have from [123] such expression for the mean error of $\bar{r}$:

$$[132] \quad \sigma_{\bar{r}} = \frac{1}{\sqrt{s-1}}$$

In the same case the mean error of the coefficient of regression of y on x is

$$[133] \quad \sigma_{\bar{\sigma}_{yx}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x \sqrt{s-3}}$$

REFERENCES.

- (I). C. F. HELMERT. *Ueber die Wahrscheinlichkeit der Potenzsummen der Beobachtungsfehler und über einige damit in Zusammenhang stehende Fragen* «Zeitschrift für Mathematik und Physik», Bd. 21 1876.
- (II). L. VON BORTKIEWICZ. *Das Helmerische Verteilungsgesetz für die Quadratsumme zufälliger Beobachtungsfehler.* «Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik», Bd. 2, Heft 5, 1922.
- (III). STUDENT. *The probable error of a mean.* «Biometrika», vol, VI, 1908.
- (IV). *On the distribution of the standard deviations of small samples: appendix I to papers by «STUDENT» and R. A. FISHER (Editorial).* «Biometrika», vol. X, 1915.
- (V). R. A. FISHER. *Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population.* «Biometrika», vol. X. 1915.
- (VI). STUDENT. *Probable error of a correlation coefficient.* «Biometrika» vol. VI, 1908.
- (VII). M. E. SOPER *On the probable error of the correlation coefficient to a second approximation.* «Biometrika», vol, IX, 1913.
- (VIII). H. E. SOPER, A. W. JOUNG, B. M. CAVE A. LEA AND K. PEARSON. *On the distribution of the correlation coefficient in small samples. Appendix II to the papers of «STUDENT» and R. A. FISHER* «Biometrika», vol. XI, 1917.
- (IX). PROF. AL. A. TCHUPROFF. *On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions.* «Biometrika», vol. XII. 1918.
- (X). W. STEKLOFF. *Quelques applications nouvelles de la théorie de fermeture au probleme de représentation approchée des fonctions et au probleme des moments.* «Memoire de l'Académie impériale des sciences de St.-Petersbourg», vol. XXXII, n°. 4, 1914.

Note. When this paper has had been finished, Prof. K PEARSON has send me (in proofs) his paper *Further contributions to the theory of small samples*, which will be published in the 17th volume of «Biometrika». This paper contains some of the results of my present paper, deduced by a quite different method.

V. R.

Tashkend, 25 - VI - 1925.

A. R. CRATHORNE.

A weighted rank correlation problem.

Let there be k things,

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k.$$

ordered in the subscripts according to the value of some attribute, A_1 having the attribute in the highest degree and A_k having it in the lowest degree. Let the k things be thoroughly mixed and then rearranged by some one in descending order of merit according to his best judgment. If we wish to compare his ability to measure the attribute in question with that of another person we must have some method of scoring the two contestants. In case the correct ranking of any one of the A 's is of equal importance with the correct ranking of any other A , the problem is that of measuring ordinary rank correlation. There are, however, cases in which it is more important to rank some individuals correctly than to correctly rank others. For example, it is considered more satisfactory to be able to pick first place in a horse race than to pick second place. A more important illustration is that of a stock judging contest. In connection with courses in animal husbandry in agricultural colleges such contests are of frequent occurrence. Part of the contest is the ranking of the exhibited animals according to general merit or according to some designated attribute. In such a contest the placing of the best animal in the first rank should count more than the placing of the worst animal last. In this paper a plan is proposed for scoring competitors in contests where it can be assumed that the things to be ranked are the best out of a large group in which the attribute to be ranked is normally distributed. For example, if it is a stock judging contest, it is assumed that the animals on exhibit are such as one would find at a fair, presumably the best animals in the district.

Let the k things to be ranked be designated as above by

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k.$$

Consider them as the best out of a population of n things. The frequency distribution of the n things is normal. Let the area under the associated frequency curve be divided by vertical lines into n equal areas or compartments. The probability that any individual thing will occupy any particular compartment is the same for all compartments. The most probable distribution of the n things will be one to each compartment. Furthermore, we will consider each of the n individuals to be represented by the point on the X -axis, where a vertical line, dividing its compartment into two equal parts, cuts the X -axis. It will be convenient to think of the positive part of the X axis as running to the left. Then, since A_1 has first rank it will occupy the compartment at the extreme left. The n things,

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_l, A_{l+1}, \dots, A_n,$$

are then represented by a set of n points on the X -axis of which the k points at the extreme left represent the k things on exhibit. For example, if $n = 100$, and the standard deviation be considered as a unit, we easily find from SHEPPARD'S tables that the numbers

$$2.576, 2.170, 1.960, 1.812, 1.695, 1.598, 1.514$$

and so on are the abscissas of the first few points. If $n = 100,000,000$ the corresponding numbers are

$$5.730, 5.541, 5.451, 5.391, 5.346, 5.309, 5.278.$$

In general, for any particular n , let us designate these numbers by

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_n$$

where a_i is the number from SHEPPARD'S tables associated with the thing A_i .

Assuming that the number n is known and that the numbers

$$a_1, a_2, \dots, a_k$$

have been calculated for the k things to be ranked, let each contestant designate the order in which he would arrange them. For example, if $k = 7$ his arrangement might be

$$A_3, A_5, A_1, A_4, A_6, A_7, A_2,$$

instead of the true order,

$$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7.$$

The method suggested for scoring a contestant is as follows: Replace the A 's by the corresponding a 's in a double row, the correct ranking being shown in the upper row and the ranking of the contestant in the lower row,

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\ a_2 & a_5 & a_1 & a_4 & a_3 & a_7 & a_6 \end{array}$$

Wherever a number in the lower row is less than the number just above it in the upper row, subtract the lower number from the upper. Add these positive differences together, calling the sum $\sum p$. For example, if $n = 100$, we have

$$\begin{array}{ccccccc} 2.576 & 2.170 & 1.960 & 1.812 & 1.695 & 1.598 & 1.514 \\ 2.170 & 1.960 & 2.576 & 1.812 & 1.695 & 1.514 & 1.598 \\ \hline 406 & 210 & & & & & 084 \\ \hline \sum p = .406 + .210 + .084 = .700 \end{array}$$

For a perfect score this $\sum p$ would be zero. If we have the individuals of a large group with a normal distribution arranged in order from best through mediocrity to worst, it is well known that the differences between neighboring individuals increase as we go from the mediocre individual to the extreme individual. This difference is shown in the array of a 's. Replacing A_i by a_i instead of by its natural rank i , weights the differences between individuals according to their position on the X -axis as given by the a 's. For example, the correct ranking of the A 's with the exception of first and second places which are interchanged gives $\sum p = .406$, while the correct ranking of all but the sixth and seventh gives $\sum p = .084$.

We need now to know what $\sum p$ should be in the case of a purely random arrangement of the k things. That is, we must find the mean of all the different sums of the positive differences. If we consider all the $k!$ possible arrangements of $a_1, a_2, \dots, a_k$ and the corresponding subtractions, finding $\sum p$ for each different arrangement, we shall find that each positive difference

$$(a_1 - a_2), (a_1 - a_3) \dots (a_1 - a_k), (a_2 - a_3) \dots (a_{k-1} - a_k)$$

occurs just $(k-1)!$ times. The sum of all the different $\sum p$'s will then be the product of the sum

$$\begin{array}{l} (a_1 - a_2) + (a_1 - a_3) + (a_1 - a_4) + \dots + (a_1 - a_k) \\ \quad + (a_2 - a_3) + (a_2 - a_4) + \dots + (a_2 - a_k) \\ \quad \quad + (a_3 - a_4) + \dots + (a_3 - a_k) \\ \quad \quad \quad \dots \dots \dots \end{array}$$

by $(k-1)!$ This product divided by $k!$ gives the mean sum of the positive differences. Calling this mean sum M , we have

$$M = \frac{1}{k} \sum (a_i - a_j), j > i,$$

$$i = 1 \dots k-1,$$

$$j = 2 \dots k.$$

For calculation purposes it is easy to show that

$$M = \frac{1}{k} \left[(k-1) a_1 + (k-3) a_2 + (k-5) a_3 + \dots (k-1) a_k \right].$$

In the case of purely random guesses at the ranks of the A 's we would expect the $\sum p$'s to group themselves about the mean M . The values of $\frac{\sum p}{M}$ would then group themselves about unity.

The expression $1 - \frac{\sum p}{M}$ could then be used for grading the contestants. It gives 1 for a perfect score and a score in the neighborhood of zero for a pure guess. It is usually customary to give 100 for a perfect score. Letting:

$$G = 1 - \frac{\sum p}{M},$$

and

$$S = 50 G + 50,$$

or

$$S = \frac{50}{M} \left[2M - \sum p \right],$$

we have an expression which gives 100 for a perfect score and in the neighborhood of 50 for a random guess. In this formula M is a constant as soon as k and n are known, while $\sum p$ must be worked out for each contestant. As is seen in its derivation, we have an expression very much like SPEARMAN's so-called foot-rule formula for measuring rank correlation. In the formula for S , the rank numbers are replaced by the corresponding a 's, thus giving weights to the differences in rank which are proportional to the differences between the a 's.

As an illustration, we take the above case where $k=7$ and the ranking of the A 's by the contestant is:

$$A_2, A_3, A_1, A_4, A_5, A_7, A_6.$$

If $n=100$, we find

$$M = \frac{1}{7} \left[6 a_1 + 4 a_2 + 2 a_3 + 2 a_4 + 4 a_5 + 6 a_7 \right] = 1.313.$$

We have already found $\sum p$ to be .700. The score for this contestant is then

$$S = \frac{50}{M} \left[2M - \sum p \right] = 73.3$$

It will of course be remarked that the value of n is never known and usually can not even be roughly estimated. But the value of n makes very little difference in the score, and has still less influence on relative scores. For example, taking $n = 100,000,000$ in the above illustration we find the score to be 71.8. In the accompanying table, the scores for a few of the possible arrangements of seven things are given for certain values of n . These scores are arranged in decreasing order. In the first six scores, each contestant gave the correct ranks with the exception of one pair. The first of these is the best score with the exception of a perfect score. The contestant has ranked all correctly with the exception of the last pair, the ranks of which are interchanged. In the sixth score the contestant has ranked all correctly except the first pair. In the last score in the table the contestant has ranked the things in reverse order. The ten arrangements beginning with the seventh and ending with the sixteenth were obtained by pure chance and then arranged in order of the scores obtained. The averages of these ten scores for the various columns of the table are 51.0, 50.5, 49.8, 50.0, 53.1 respectively, the theory of course calling for an average of 50.

In the table the scores for each of the seventeen contestants are given for $n = 14$, $n = 100$, and $n = 100,000,000$. The last two columns give the scores as calculated by the summarizing rule given below, and as calculated by the method of this paper if no weights were given to the differences. It will be noticed that the value of n makes little difference in the score. If, as is usual, we care to know only the relative ranks of the contestants rather than their actual scores, we can choose once for all for the values of the a 's, a set of number obtained from SHEPPARD'S tables for some intermediate value of n and reduce the whole calculation of the scores to a rule which would be a working approximation. For $n = 1000$ we find from SHEPPARD'S tables the first ten a 's to three decimals, i. e.,

$a_1 = 3.290$	$a_6 = 2.543$
$a_2 = 2.968$	$a_7 = 2.484$
$a_3 = 2.807$	$a_8 = 2.432$
$a_4 = 2.697$	$a_9 = 2.387$
$a_5 = 2.612$	$a_{10} = 2.346$

A rule for finding the score can then be worded as follows: If there are k things to be arranged in order, write down the first k of the numbers

3290, 2968, 2807, 2697, 2612, 2543, 2484, ...

in decreasing sequence. Under these numbers write the same numbers in the order as given by the contestant's arrangement. Subtract the lower numbers from the upper numbers wherever the lower number is less than the upper. Add together these positive differences obtaining $\sum p$. The value of M may be computed as above for the given value of k or may be taken from the table,

k	3	4	5	6	7	8	9	10
M	322	485	651	819	989	1163	1338	1515

Substitution in the formula for S then gives the score. For the illustration worked out above, we find, $\sum p = 562$, $M = 989$ from which we find $S = 71.6$

Scores for various value of n.

Contestant	Ranking by Contestant	S when $n = 14$	S when $n = 104$	S when $n = 100,000,000$	S by rule	Unweighted S
1	1234576	95.8	96.8	97.2	97.0	93.8
2	1234657	95.5	96.3	96.6	96.5	93.8
3	1235467	95.1	95.5	95.9	95.7	93.8
4	1243567	94.3	94.4	94.5	94.4	93.8
5	1324567	92.5	92.0	91.8	91.9	93.8
6	2134567	87.0	84.5	82.8	83.7	93.8
7	3174265	60.2	59.6	58.9	59.3	62.5
8	2536147	59.6	58.3	57.6	57.9	62.5
9	2715436	55.3	55.1	54.8	55.0	56.2
10	2541763	54.5	53.9	53.5	53.7	56.2
11	6254137	53.8	53.7	52.2	52.4	56.2
12	4315762	52.8	51.9	50.7	51.1	56.2
13	3714652	48.3	47.9	47.4	47.6	50.0
14	4713526	47.0	46.3	45.3	45.6	50.0
15	7432615	42.6	42.2	41.9	42.1	43.8
16	4571263	36.4	36.2	35.7	35.7	37.5
17	7654321	27.1	27.7	28.3	27.9	25.0

P. LUZZATTO FEGIZ.

Le variazioni stagionali della natalità.

SOMMARIO

- I. 1) La stagionalità delle nascite è più tipica di quella dei matrimoni. 2) La stagionalità delle nascite complessive è la risultante della stagionalità dei vari ordini di nascite. 3) Classificazione delle ipotesi circa le cause della periodicità delle nascite.
- II. 4) Frequenza dei contatti sessuali e malattie veneree. 5) Variazioni nel numero delle donne esposte a concepire. 6) Calcolo di tale numero per Trieste. 7) Calcolo dell'intervallo medio fra due parti successivi. 8) Calcolo della probabilità media di un nuovo parto per una donna che abbia già partorito. 9) La proporzione fra parti di ordine diverso influisce sulla stagionalità delle nascite. 10) La stagionalità delle nascite dipende in parte dal coefficiente di natalità. 11) Ciò è comprovato dai dati relativi a paesi ed a tempi diversi.
- III. 12) La variabilità stagionale delle nascite presenta forti differenze da paese a paese. 13) Le deviazioni della frequenza delle nascite nei singoli mesi di una serie di anni dalle medie mensili non seguono una legge costante.
- IV. 14) Premessa sulla natalità legittima ed illegittima. 15) La dipendenza della stagionalità delle nascite dalla stagionalità dei matrimoni è generalmente minima; 16-17) in taluni casi eccezionali essa può tuttavia sussistere in misura sensibile. 18) Le migrazioni periodiche possono talora influire sulla stagionalità delle nascite. 19) La mortalità non ha nessuna influenza immediata sulle concezioni.
- V. 20) Fattori fisiologici dalla periodicità dei concepimenti. 21) Variazioni stagionali del potere fecondante dei maschi. 22-23) La fecondabilità della donna e le sue variazioni cicliche.
- VI. 24-25) Riassunto.

APPENDICE A. Nota bibliografica.

APPENDICE B. Sul modo di calcolare il numero delle donne esposte a concepire.

APPENDICE C. Sulle variazioni della stagionalità delle nascite per effetto di un cambiamento nella lunghezza dell'intervallo normale fra due parti.

APPENDICE D. Miscellanea.

I.

1. — Mentre i coefficienti di natalità e di mortalità subiscono, in uno stesso paese, variazioni notevoli da un'epoca all'altra, e mostrano per lo più tendenze secolari ben marcate, la distribuzione dei nati secondo i mesi è invece piuttosto stabile.

Si osservino per esempio i dati della tavola seguente, relativi alla città di Francoforte sul Meno (1):

Per dare un'idea approssimativa della variabilità nella frequenza mensile dei matrimoni da un lato e delle nascite dall'altro, abbiamo calcolato lo scostamento semplice medio dei singoli valori mensili dalla media per l'intero periodo 1651-1890.

La variabilità risulta molto maggiore per i matrimoni che non per le nascite. Attraverso tutto il lungo periodo considerato, la curva annuale delle nascite mantiene le sue principali caratteristiche, e cioè un primo massimo in febbraio-marzo, un secondo massimo, meno accentuato, in settembre, e due avallamenti all'inizio dell'estate ed al principio dell'inverno. Cosicchè da un esame superficiale di questo fenomeno demografico, si ritrae l'impressione che si tratti di uno di quei fatti che dipendono da una forza elementare, come sono quelli studiati dalla meteorologia e dall'astronomia. Le modificazioni dell'organismo sociale determinate dal cambiamento della sua struttura politica ed economica, dall'avvicinarsi delle religioni e dal modificarsi dei costumi non possono influenzare che debolmente, a quanto sembra, quei fatti demografici che derivano da cause fisiologiche o psichiche insite nella natura umana ma non soggette alla volontà, da atti istintivi, non logici, più che da operazioni razionali.

2. — La periodicità, o meglio stagionalità delle nascite dipende dalla stagionalità delle prime, seconde, terze ecc. ecc. nascite legittime e illegittime. Ma poichè nessuna statistica ufficiale ci dà tali curve parziali, dobbiamo ricorrere ai pochi lavori di privati, nei quali si trova qualche notizia in argomento. Riportiamo nella tabella II questi dati, ai quali abbiamo aggiunto quelli da noi calcolati per la città di Trieste (2).

(1) Dalla *Statistische Beschreibung der Stadt Frankfurt a. M.* II parte. A cura del Dr. H. BLEICHER. Francoforte 1895.

(2) Le schede furono spogliate dal Sig. Manlio Marass.

TAV. I.

Matrimoni e nascite, per mese, a Francoforte sul Meno.

Media giornaliera, fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.

Mese	Matrimoni					Scostamento semplice medio dalla media 1651-1890
	1651-1700	1701-1750	1751-1800	1801-1850	1851-1890	
Gennaio	1195	1109	1091	742	652	209
Febbraio	1456	1609	1311	937	919	255
Marzo	146	277	664	956	981	315
Aprile	932	808	799	959	999	76
Maggio	1348	1180	1081	1168	1267	79
Giugno	1172	1080	1068	1032	1020	40
Luglio	995	996	1071	1111	961	49
Agosto	1235	1153	1181	1189	1002	42
Settembre	543	631	715	1004	1049	190
Ottobre	1268	1113	995	1095	1180	77
Novembre	1504	1690	1396	960	1037	255
Dicembre	255	414	658	839	930	228
Somme degli scosta- menti	4307	3808	2368	1206	1113	media degli scosta- menti 151

Mese	Nascite					Scostamento semplice medio dalla media 1651-1890
	1651-1700	1701-1750	1751-1800	1801-1850	1851-1890	
Gennaio	1037	1067	1042	1024	985	22
Febbraio	1109	1057	1053	1072	1062	16
Marzo	1119	1097	1040	1047	1047	30
Aprile	1032	970	1038	1072	1043	24
Maggio	942	960	976	1030	1040	36
Giugno	894	964	1001	993	1017	36
Luglio	918	889	963	965	1000	32
Agosto	975	990	998	965	964	11
Settembre	1033	1063	1041	989	1005	23
Ottobre	995	1009	1000	953	936	28
Novembre	979	1003	1004	949	950	22
Dicembre	975	937	851	948	957	33
Somme degli scosta- menti	652	486	331	483	412	media degli scosta- menti 26

TAV. II.

*Nati in media al giorno in ciascun mese,
fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.*

Mese	Lussemburgo (1901-08*)		Berlino (1906-09 †)		Trieste (1924-25)				
	Prime nascite	Nascite seguenti	Prime nascite	Nascite seguenti	Prime nascite	Seconda nascita	Terza nascita	8 ^a e 4 ^a nascite	6 ^a nasc. e seg.
Gennaio . . .	1024	998	1100	1050	1130	878	954	1192	1422
Febbraio . . .	1197	1108	1100	1040	1013	1120	1043	1122	1199
Marzo	1173	1091	1030	1010	1132	1118	1098	1100	1171
Aprile	909	1068	980	990	1034	912	1160	1026	1260
Maggio	985	1075	970	1010	984	900	941	978	995
Giugno	893	974	940	1010	944	1004	821	1037	758
Luglio	864	943	1090	1010	1135	1068	1100	1085	937
Agosto	996	934	1060	980	1059	1004	954	944	777
Settembre . .	915	936	1010	980	866	1172	809	936	962
Ottobre	895	967	900	940	850	1068	1043	715	953
Novembre . . .	1210	983	900	970	981	904	1068	878	963
Dicembre . . .	955	932	920	1000	908	918	1052	870	687

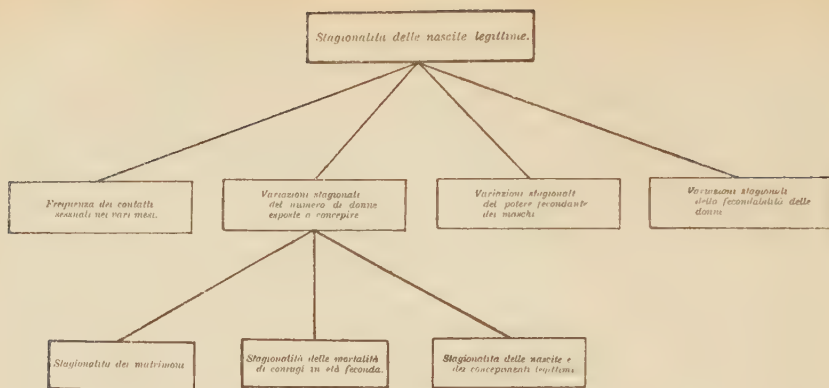
* Dati pubblicati dal GINI in *Contributi statistici ai problemi dell'Eugenica* « Riv. It. di Sociologia », 1912; † A. GRÜNSPAN, *Hat der Mensch eine Paarungszeit?* « Arch. für Rassen und Gesellschafts-Biologie », 1910.

I dati però, che si riferiscono al Lussemburgo ed a Berlino, non servono al nostro scopo, perchè nella categoria « nascite seguenti » sono comprese curve che possono essere fra di loro diversissime. D'altro canto le curve ottenute per Trieste sono ricavate da un numero troppo piccolo di osservazioni (6798 in complesso), per consentire conclusioni di carattere generale. Per queste ragioni ci sembra più conveniente eseguire le nostre ricerche sul complesso di tutte le nascite, potendosi almeno in questo modo disporre di una grandissima quantità di dati che si riferiscono a quasi tutte le nazioni civili.

Del resto non sarà inutile far rilevare, che dalla tavola riportata appare, almeno per il Lussemburgo e per Trieste, un andamento poco diverso per le varie curve; ed è importante notare, che il II massimo è ben visibile anche per le nascite seguenti, che pure non possono essere influenzate dal numero dei matrimoni, come le prime.

Inoltre avvertiamo — anticipando su quanto sarà detto in seguito — che l'ipotesi, secondo cui l'andamento stagionale della curva delle nascite complessive sarebbe determinata da un analogo andamento di una sola categoria di nascite (cioè delle prime, seconde, . . . terze ecc.), è contraddetta da moltissime circostanze e si appalesa affatto insufficiente a spiegare alcune anomalie (p. es. mancanza assoluta del II massimo in talune popolazioni) e certi fatti quasi costanti, come p. es. la diminuzione dell'intervallo fra i due massimi col decrescere della natalità (cfr. § 10).

3. — La periodicità stagionale delle nascite si può far risalire alla periodicità, pure stagionale, di quattro gruppi di fenomeni: *Numero delle donne esposte a concepire, frequenza dei contatti sessuali, fecondabilità delle donne, potere fecondante dell'uomo*. A rigore basterebbe che uno solo di questi elementi fosse soggetto a variazioni stagionali, perchè ne seguisse, come necessaria conseguenza, una corrispondente periodicità delle nascite: ma appare verosimile che tutti questi fenomeni contribuiscano in diversa maniera a determinarla. Il seguente «albero logico» mostra un certo numero di ipotesi atte a spiegare le cause delle oscillazioni stagionali delle nascite: ed il lettore noterà subito con inquietudine che noi andremo sostituendo con un groviglio di ipotesi, di affermazioni parziali e di spiegazioni condizionate quello che prima poteva apparire un fenomeno abbastanza semplice: cosicchè in questo caso l'intervento dello statistico sembrerà apportatore di confusione anzichè di ordine. Ma noi preghiamo il lettore di riflettere quanto sia, in realtà, complesso il fenomeno che noi studiamo, e quanto possa essere ingannevole il tentativo di semplificarlo operando su grandi masse eterogenee, entro le quali le caratteristiche più importanti del fenomeno stesso rimangono facilmente celate.



Albero logico.

II.

4. — Le variazioni stagionali delle nascite, sia che si considerino come risultanti da analoghe variazioni delle prime nascite soltanto, o di tutte le nascite, possono dunque derivare da molti fattori, oltre che dalla minore o maggiore frequenza dei contatti sessuali. Se tuttavia i demografi hanno fermato la loro attenzione quasi esclusivamente su quest'ultimo fatto, ciò non è avvenuto senza ragione, perchè tutte le apparenze sono per una effettiva intensificazione dei rapporti sessuali almeno in corrispondenza del massimo primaverile dei concepimenti, che in Europa cade in aprile-maggio. Per quanto riguarda il risveglio sessuale della primavera, il materiale folkloristico raccolto da HAVELOCK ELLIS, non privo di contraddizioni ma avvalorato dalle circostanze che verremo esponendo in seguito, è piuttosto convincente; lo è in misura alquanto minore per il massimo autunnale.

Gli interessanti dati raccolti da R. LIVI (1) circa l'andamento mensile della morbidità venerea, fenomeno questo che dovrebbe essere strettamente connesso con la frequenza dei contatti sessuali, lasciano alquanto incerti, benchè almeno il massimo di ottobre-novembre ed il minimo di febbraio-marzo siano assai marcati.

Per ragioni ovvie abbiamo messo i dati del LIVI a raffronto con i concepimenti illegittimi anzichè con quelli legittimi.

(1) Vedi la nota bibliografica nell'appendice A.

TAV. III.

Morbilità venerea nell'Esercito italiano.

Mese	Morbilità venerea 1887-1898		Concepimenti illegittimi 1872-1880
	Entrati in cura per malattie veneree in media al giorno per 1000 uomini di forza media	Media giorn. per ciascun mese, fatta = 1 00 la media giorn. per tutto l'anno	
Gennaio	2,83	1085	938
Febbraio	2,37	904	983
Marzo	2,27	866	987
Aprile	2,46	939	1048
Maggio	2,62	1000	1157
Gingno	2,61	996	1142
Luglio	2,53	966	1086
Agosto	2,56	977	995
Settembre	2,74	1046	893
Ottobre	2,99	1141	898
Novembre	2,86	1092	915
Dicembre	2,59	988	971
Media annua	2,62	1000	1000

Ma, come il LIVI stesso osserva, « vediamo con costante regolarità rialzarsi la curva delle malattie veneree quando si abbassa quella della forza media, ossia quando il contingente diventa di due classi invece che di tre ». Inoltre si verifica tanto nell'esercito italiano come in quello germanico un manifesto aumento della morbilità venerea subito dopo la chiamata dei coscritti; così per es. in Germania, dove la chiamata avveniva negli anni considerati in novembre, si aveva appunto in quell'epoca la massima frequenza di entrati in cura per malattie veneree. Per queste ragioni il solo massimo primaverile (aprile maggio) si può mettere in relazione con cause naturali, mentre il secondo massimo sembra determinato esclusivamente « da circostanze particolari inerenti alla vita militare » (1).

(1) Il BOLDRINI, esaminando le medie giornaliere dei maschi visitati nel dispensario celtico municipale di Milano (1916-17) non trova alcuna rispondenza fra la curva dei venerei e la curva dei nati. (M. BOLDRINI, *L'epoca di generazione*. « Rivista di antropologia », vol. XXIII.)

Del resto la maggior frequenza delle malattie veneree in certi mesi può derivare non solo da una corrispondente maggiore attività sessuale, ma anche da una minor resistenza, nelle stagioni critiche, degli organi genitali. Questa ipotesi va messa in relazione con quanto si dirà al § 23 circa le secrezioni vaginali: è chiaro infatti che quando per la minore acidità del muco vaginale le concezioni sono rese più facili, anche le infezioni sono più probabili, essendo la virtù battericida dal muco proporzionale alla sua acidità.

In linea generale dobbiamo poi osservare che le notizie ed i dati che fanno ritenere probabile una particolare frequenza degli amplessi in certe epoche, non permettono di concludere che questa maggior frequenza sia la *causa* delle più frequenti concezioni. Già il fatto che nelle medesime donne mentre una fecondazione avviene al primo amplesso, un'altra, malgrado condizioni apparentemente identiche, non avviene che dopo una lunga serie di contatti infecondi, fa sorgere il sospetto che la probabilità di concepimento non aumenti in proporzione al crescere della frequenza dei contatti; e d'altro canto si può legittimamente avanzare l'ipotesi che una maggiore frequenza di amplessi ed un maggiore numero di concezioni non stiano in rapporto di causa ed effetto, ma di dipendenza da un terzo fattore o gruppo di fattori. Questi fattori determinerebbero da un lato un maggiore impulso sessuale e quindi più frequenti avvicinamenti, e d'altro canto speciali condizioni dei germi maschili e degli organi femminili particolarmente favorevoli alla fecondazione. Su questa ipotesi ritorneremo nei §§ 21 e seguenti; per ora ci limitiamo ad osservare che le teorie che vedono nella maggiore frequenza dei contatti sessuali la *causa* della maggiore frequenza dei concepimenti nell'epoca corrispondente, danno soltanto in apparenza la soluzione più semplice del problema, poichè esse presuppongono l'ipotesi, non verosimile, che non vi siano variazioni stagionali nel numero delle donne fecondabili, e nelle condizioni degli organi riproduttori dei due sessi.

5. — Vi sono molti fenomeni demografici che possono influire sulla periodicità delle nascite, col modificare il numero delle donne esposte a concepire; così la mortalità e l'emigrazione d'ambo i sessi, per le donne in generale; la nuzialità, e la natalità per le donne esposte a concepire in matrimonio, in quanto il numero di costoro varia non solo per effetto dei matrimoni, ma anche in conseguenza delle nascite: infatti ad un numero straordinario di concepimenti corrisponde, nell'epoca immediatamente successiva, un numero meno che

normale di donne fecondabili (1), e per converso, ad un numero straordinario di parti corrisponderà dopo un certo numero di mesi (variabile a seconda della durata media dell'allattamento ecc.) un numero ipernormale di donne fecondabili.

A prima vista la ripercussione che le variazioni nel numero delle donne « esposte a concepire » in senso statistico, possono avere sulle nascite, sembrano trascurabili. Infatti, dato per es. un rapporto di 25 nati legittimi al mese per 1000 donne coniugate in età feconda, un aumento o una diminuzione del 20 % nel numero di tali donne potrebbe determinare un aumento o una diminuzione delle nascite del 5 per mille al massimo, e d'altro canto una variazione in più o in meno del numero dei concepimenti non potrebbe influire, attraverso l'accreascersi o il diminuire del numero delle donne fecondabili di una cifra corrispondente al numero dei concepiti in più o in meno, che in misura assolutamente irrilevante sulle successive nascite. Queste considerazioni varrebbero senz'altro se all'espressione statistica « donna esposta a concepire » corrispondesse una probabilità di concepire uguale per tutte le donne in età feconda. In realtà, in quest'ampia categoria sono comprese, accanto a donne capaci e desiderose di divenir madri, donne che per ragioni di età, salute, relazioni famigliari ecc. non possono o non vogliono concepire. Cosicché il numero delle donne *fisiologicamente* e *psichicamente* esposte a concepire si riduce ad una frazione, forse assai piccola, delle donne *staticamente* esposte a concepire.

6. — Abbiamo cercato di calcolare per Trieste, servendoci di un metodo illustrato nell'appendice B, le variazioni stagionali nel numero delle donne statisticamente esposte a concepire in matrimonio, determinando cioè il numero delle donne che in ciascun mese si trovavano nelle seguenti condizioni: *essere coniugate, avere meno di quarantacinque o rispettivamente di 30 anni, non essere incinte o, essendolo state, essere nuovamente mestruali*. Naturalmente il calcolo, basandosi in parte su ipotesi, va considerato soltanto come una prima approssimazione, sufficiente tuttavia a mostrare che il numero delle donne esposte a concepire varia con una stagionalità ben delineata, e che la curva dei concepimenti non ha un andamento molto dissimile da quello della curva rappresentante il numero delle donne esposte a concepire.

(1) A ciò si aggiunge il fatto di cui al § 22, che non solo il numero di queste donne è iponormale, ma lo è anche la loro fecondabilità media.

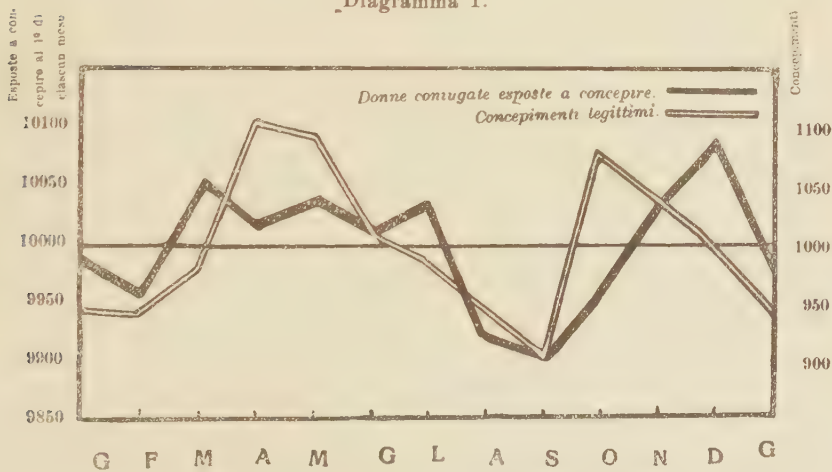
Non dobbiamo però dimenticare che la seconda curva è raffigurata in iscala dieci volte maggiore della prima, cosicchè una variazione apparentemente uguale delle due curve significa che in realtà l'aumento o la diminuzione nel numero dei concepimenti è stato dieci volte maggiore di quello delle donne esposte a concepire, nè quindi il secondo fatto può essere la causa del primo. Ma ricordiamo quanto fu detto in precedenza circa la distinzione fra donne *st statisticamente* ed *effettivamente* esposte a concepire: ritrarremo allora la convinzione che le oscillazioni, in apparenza lievissime, del numero complessivo delle donne esposte a concepire, sono indici di oscillazioni ben più forti di quella frazione delle donne che ha parte preponderante nella riproduzione. È per questa ragione che diventa degno di studio il fatto che la curva delle donne coniugate di età inferiore ai 30 anni esp. a. c. raggiunge in novembre un massimo secondario, cui però non corrisponde a Trieste un analogo massimo di concepimenti. Ma, se si tratta di un fenomeno generale, se cioè il numero delle donne esp. a. c. ha in tutti i paesi non un solo, ma due valori massimi, ciò potrebbe aiutarci a spiegare le ragioni del secondo massimo di concepimenti, che difficilmente si può far risalire a quelle cause naturali, fisiologiche, che spiegano in gran parte il primo. Invero è facile constatare, quando si abbia presente il metodo con cui furono ottenute le cifre della tav. IV, che tali cifre sono soggette a variare per effetto di molte cause con andamento irregolare nel corso dell'anno, ma di poche aventi andamento veramente periodico. Fra queste hanno, come è naturale un posto preponderante i *concepimenti*, che diminuiscono il contingente delle donne atte a concepire, e le *nascite* che dopo un breve intervallo di tempo lo fanno invece aumentare. Per conseguenza si deve ammettere che la forma della curva delle nascite in un anno influisca sulla forma della curva stessa negli anni successivi, ovvero (il che ha lo stesso significato) che i singoli punti della curva annuale *media* siano in qualche modo collegati, nel senso che se per es. il massimo primaverile delle nascite si accentua o si sposta, ciò possa produrre analoghe variazioni nelle oscillazioni secondarie. Se ad esempio per una ragione qualunque (fisiologica o sociale) le prime nascite tendono ad avvenire in un mese piuttosto che negli altri, e supposto noto l'intervallo *normale* fra prima e seconda nascita, l'epoca più probabile delle seconde nascite dipenderà dall'epoca più probabile delle prime nascite, e cadrà ad una distanza pari all'intervallo normale. Esaminiamo un caso concreto. Se la curva media delle nascite presenta, come avviene nella maggior parte dei paesi europei, un massimo intorno al feb-

TAV. IV.

Donne fecondabili in matrimonio nella città di Trieste al principio di ciascun mese.

Mese	Donne coniugate di non oltre 45 anni			Donne coniugate di non oltre 30 anni		
	Media 1911-1913	Eliminata la tendenza secolare	N. indici	Media 1911-13	Eliminata la tendenza secolare	N. indici
Gennaio.	22108	22298	9999	7182	7242	9986
Febbraio	22123	22275	9988	7176	7224	9961
Marzo	22246	22360	10026	7356	7292	10055
Aprile	22192	22268	9985	7240	7264	10016
Maggio	22176	22214	9961	7266	7278	10036
Giugno	22290	22290	9995	7257	7257	10007
Luglio	22309	22271	9986	7266	7278	10036
Agosto	22357	22281	9991	7222	7198	9925
Settembre	22413	22299	9999	7215	7179	9899
Ottobre.	22519	22367	10029	7269	7221	9957
Novembre	22492	22302	10000	7334	7274	10030
Dicembre	22618	22390	10040	7388	7316	10088
Media annua.	22312	22301	10,000	7256	7252	10,000

Diagramma 1.



Donne coniugate di età inferiore ai 30 anni esposte a concepire al principio di ciascun mese.

braio, ed un secondo massimo in agosto-settembre, si potranno dare due casi estremi ed uno intermedio: o le nascite corrispondenti al secondo massimo derivano prevalentemente da donne diverse da quelle, che danno origine al primo massimo; ovvero (ed è quello che in sostanza noi abbiamo affermato sopra), tali nascite derivano prevalentemente dalle stesse donne che determinano il I massimo, o infine (soluzione intermedia), le nascite del II massimo provengono, in proporzioni dipendenti dal caso, da donne che hanno e donne che non hanno contribuito a formare il primo massimo.

Si avrebbe il primo caso se, per una donna che ha partorito in gennaio-febbraio, la probabilità di avere uno dei parti successivi nell'agosto-settembre di uno degli anni seguenti, fosse nulla; si avrebbe il secondo se tale probabilità fosse la stessa in quei mesi ed in tutti gli altri. Ora è logico invece supporre che per una donna che ha avuto un parto d'ordine x^0 in un dato mese, la probabilità di avere un parto d'ordine $(x+1)^0$, non sia uguale in tutti i mesi successivi, ma cresca e decresca secondo una certa regola. È chiaro per es. che per una donna che ha appena partorito la probabilità di avere un nuovo parto a termine sarà uguale a zero nei nove mesi successivi. Sarà piccolissima nel decimo, maggiore nell'undicesimo mese e così via, fino ad un massimo, dopo il quale tale probabilità ricomincerà a scemare. Questo massimo corrisponde all'intervallo *normale* fra una nascita d'ordine x^0 ed una nascita d'ordine $(x+1)^0$; e nel paragrafo seguente cercheremo appunto di precisare il concetto di intervallo normale e di segnare i limiti entro i quali tale intervallo può variare.

7. — Secondo il LEXIS (1), l'intervallo normale tra due nascite, richiesto dalle necessità fisiologiche della gravidanza e dell'allattamento, sarebbe di 21 mesi circa. Ma è chiaro che da questo intervallo normale in senso fisiologico l'intervallo normale in senso statistico può scostarsi non poco in più o in meno. Infatti dal minimo fisiologico di poco più di 9 mesi al massimo di una trentina d'anni, vi è campo per oscillazioni amplissime delle frequenze, e quindi di tutti i valori medi. Cercheremo quindi di determinare direttamente alcuni di questi valori medi.

Il materiale migliore per lo studio degli intervalli fra nascite di ordine successivo ci è fornito dalle statistiche dell'ex Regno (ora Stato

(1) W. LEXIS, *Ueber die Ursachen der geringen Veränderlichkeit statistischer Verhältniszahlen*, « Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs u. Moralstatistik ». Jena 1903.

libero) di Sassonia. Ivi viene richiesto all'atto della nascita il tempo trascorso dalle nozze e dalla nascita precedente; e l'abbondante materiale così raccolto venne già sottoposto ad elaborazioni per opera di A. GEISSLER (1) e, recentemente, di E. WÜRZBURGER (2). Il Geissler, operando sopra 26429 nascite provenienti da 5236 matrimoni (minatori sassoni) ottenne i seguenti valori.

TAV. V.

Intervallo fra una nascita e la precedente in anni e giorni.

		Ordine della nascita:										
		2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	6 ^o	7 ^o	8 ^o	9 ^o	10 ^o	11 ^o	12 ^o ecc.
Intervallo mediano.	.	1-235	1-335	2-14	2-33	2-21	2-13	1-357	1-327	1-295	1-271	1-222
* medio (arit.)		2-42	2-117	2-174	2-177	2-137	2-115	2-90	2-50	2-32	1-339	1-297

Si osserva che tanto l'intervallo mediano (3) che l'intervallo medio non aumentano regolarmente col crescere dell'ordine di nascita, come sarebbe lecito attendersi, ma, dopo aver raggiunto il massimo in corrispondenza della quinta nascita, riprendono a diminuire, fino a discendere per le nascite di ordine molto elevato sotto le cifre valevoli per le seconde nascite. Il GEISSLER spiega esattamente questo fatto osservando che « nelle nascite superiori alla quinta si vede la prevalenza di quelle classi della popolazione dove ci si sposa in giovane età, dove l'allattamento prolungato è un fatto eccezionale, e dove la fecondità ininterrotta sembra spesso non aver altro scopo che quello di colmare i vuoti creati dalla mortalità infantile ». Risulta infatti che quando il figlio precedente morì nei primi tempi di vita l'intervallo fino alla nascita successiva è notevolmente più piccolo che per il caso che il nato sia rimasto in vita. Nel primo caso l'in-

(1) A. GEISSLER, *Ueber den Einfluss der Säuglingssterblichkeit auf die eheliche Fruchtbarkeit*. « Zeitschrift des Kön. sächs. Statistischen Bureaus » 1885. IV., *Ueber die Vorteile der Berechnung nach « perzentilen Graden »*. Allg. Statistisches Archiv, Vol II, 1892.

(2) E. WÜRZBURGER, *Vergleichendes zur Geburtenstatistik der Jahre 1901-02 und 1901-12*: « Zeitschrift des Sächsischen Statistischen Landesamtes », 1918-1919.

(3) Ricordiamo che il valore mediano è quello che ha la stessa probabilità di essere e di non essere superato. Nel caso in questione, ordinando le singole nascite secondo la lunghezza crescente (o non decrescente) dell'intervallo, si avrà l'intervallo mediano per quella nascita che sta a metà della graduatoria.

intervallo medio è di circa 625 giorni, nel secondo sale ad 818. L'intervallo normale è rispettivamente di 13-14 e 24-25 mesi (1).

Considerando invece dell'intervallo mediano e medio l'intervallo normale (Tav. VI) le conclusioni risultano poco diverse. La massima

TAV. VI.

Nascite legittime secondo l'ordine di nascita e l'intervallo dalla nascita precedente.

Sassonia, 1901-02

Intervallo della nascita precedente	2 ^a nascita	3 ^a nascita	4 ^a nascita	5 ^a nascita	6 ^a nascita	7 ^a nascita	8 ^a nascita	10 ^a ecc. nascite	Totale 1901-02	Totale 1911-12
fino a 10 mesi	266	181	107	84	119	64	75	896	474	
10-11 »	1268	674	383	292	310	206	185	3318	1989	
11-12 »	2174	1357	858	587	719	392	417	6504	3800	
12-13 »	2977	1985	1479	1021	1285	745	753	10245	5943	
13-14 »	3228	2320	1685	1191	1593	983	995	11995	7050	
14-15 »	3119	2337	1661	1250	1787	1062	1110	12326	7271	
15-16 »	2921	2237	1718	1254	1653	1056	1020	11859	7255	
16-17 »	2650	2104	1558	1132	1555	1006	1031	11036	6888	
17-18 »	2356	1962	1475	1085	1492	916	994	10280	6527	
18-19 »	2197	1856	1392	997	1355	882	898	9577	6154	
19-20 »	1993	1663	1315	950	1286	791	762	8760	5796	
20-21 »	1813	1536	1202	881	1236	717	701	8086	5415	
21-22 »	1632	1441	1108	867	1126	731	656	7561	5109	
22-23 »	1548	1329	1056	841	1095	691	619	7179	4786	
23-24 »	1490	1326	1032	809	1072	652	595	6976	4483	
2-2 $\frac{1}{2}$ anni	6694	5699	4683	3657	5324	3135	2745	31937	21690	
2 $\frac{1}{2}$ -3 »	4133	3425	2985	2228	3228	1997	1629	19625	14792	
3-4 »	4449	3625	3059	2411	3503	2072	1680	20799	19138	
4-5 »	2297	1980	1555	1301	1730	981	767	10611	11297	
5-6 »	1193	1112	956	775	997	485	350	5868	6907	
oltre 6 »	1805	1959	1641	1261	1554	615	369	9204	12152	
Totale	52203	42168	32908	24874	34019	20179	18351	224642	161906	

(1) A. GEISSLER, *Ueber den Einfluss* ecc.

frequenza di nascite si verifica 13-14 mesi dopo la prima nascita per le seconde nascite; 14-15 mesi dopo la seconda per le terze, e 15-16 dalla terza rispettivamente della quarta nascita per le quarte e quinte nascite. Dalla sesta nascita in poi la frequenza massima si ha nuovamente in corrispondenza dell'intervallo di 14-15 mesi.

Condensando i dati della tavola precedente in gruppi di più mesi, si vede ancor più chiaramente come col crescere dell'ordine dei nati l'addensarsi delle nascite in corrispondenza all'intervallo normale vada facendosi minore, e ciò fino ad un limite, dopo il quale, (cioè per le nascite di ordine molto elevato), esso cresce nuovamente. (Tav. VII).

Considerando invece nel loro complesso tutte le nascite escluse le prime, vediamo che la frequenza massima si ha per un intervallo di 12-15 mesi; assumendo dei limiti di tempo più ampi e cioè gli intervalli non minori di 12 e non maggiori di 18 mesi, constatiamo che in questo spazio di tempo si verifica il 30 2^{"/}₁₀ di tutte le nascite d'ordine non inferiore al secondo, ed il 53 5^{"/}₁₀ di quelle, fra le nascite accennate che avvengono entro 24 mesi dalla precedente. Queste percentuali sono calcolate per il 1901-1902; per il 1911-1912 le cifre corrispondenti sono rispettivamente il 24 8^{"/}₁₀ ed il 51 8^{"/}₁₀. Dato quindi un massimo di nascite in un mese qualunque, il secondo massimo dovrebbe verificarsi in Sassonia entro sei mesi dal primo; e poichè il primo ha luogo in febbraio, il secondo dovrebbe avvenire al più tardi in agosto. Ed infatti dal prospetto seguente rileviamo che in Sassonia, a differenza di quanto avviene nel resto della Germania, il secondo massimo cade appunto nel luglio; e l'inconsueta frequenza di nascite da marzo a giugno rispecchia con tutta probabilità la frequenza, non meno inconsueta, di nascite separate da intervallo assai breve dalla precedente.

Nati in media al giorno in ciasc. mese fatta 1000 la media giorn. per tutto l'anno.

(Sassonia, 1911-12).

G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D
986	1042	999	1004	1007	1019	1031	990	1023	955	970	980

È. — Noi avevamo dunque affermato che, per una donna che abbia avuto un parto nel mese corrispondente al massimo annuale di nascite, la probabilità di avere il parto successivo è relativamente maggiore in quello o in quelli dei mesi seguenti che corrispondono

TAV. VII.

Nascite legittime secondo l'intervallo dalla nascita precedente.

Sassonia, 1901-1902

Intervallo dalla nascita precedente mesi	2° nascita		3° nascita		4° nascita		5° nascita		6-7° nascita		8° e ulteriori nascite		Tutte le nascite escluse la 1°	
	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%	Cifre ass.	%
fino a 12	3708	7.1	2212	5.2	1348	4.1	963	3.9	1148	3.4	1339	3.5	10718	4.8
12-15	9324	17.9	6642	15.8	4825	14.7	3462	13.9	4665	13.7	5648	14.7	34566	15.4
15-18	7927	15.2	6303	15.0	4751	14.4	3471	13.9	4700	13.8	6023	15.6	33175	14.8
18-21	6003	11.5	5055	12.0	3909	11.9	2828	11.4	3877	11.4	4751	12.3	26423	11.8
21-24	4670	8.9	4096	9.7	3196	9.7	2517	10.1	3293	9.7	3944	10.2	21716	9.7
fino a 24	31632	60.6	24308	57.7	18029	54.8	13241	53.2	17683	52.0	21705	56.3	26598	56.4
oltre 24	20571	39.4	17800	42.3	14879	45.2	11633	46.8	16336	48.0	16825	43.7	98044	43.6
Totale	52203	100.0	42108	100.0	32908	100.0	24874	100.0	34019	100.0	38530	100.0	224642	100.0

all'intervallo o agli intervalli normali fra due nascite. Ma evidentemente è necessario, affinchè ciò avvenga, che l'intervallo normale sia ben delineato, nel senso che le frequenze siano tanto minori quanto più ce ne allontaniamo in senso positivo o negativo. Venendo meno questa condizione non vi sarebbe nessuna concentrazione secondaria di nascite. Quanto poi all'altezza del secondo massimo essa dipende dalla frazione di nascite d'ordine $x+1$ che avvengono in corrispondenza dell'intervallo normale. Tale frazione deve essere abbastanza alta non solo in confronto al totale delle nascite d'ordine $x+1$, ma anche al complesso di tutte le nascite.

In generale si può affermare, che se (a) la distanza fra un parto e la prossima concezione fosse identica per tutte le donne, o se (b) essa si potesse rappresentare con un valore medio, intorno al quale le frequenze si distribuissero secondo una curva del tipo binomiale, allora, dato un massimo di concezioni in un certo mese, l'epoca del II, III, IV... massimo sarebbe determinata. In questi casi sarebbero pure determinate, in base alla curva di distribuzione delle nascite intorno al I massimo, le curve (*secondarie*) di distribuzione delle nascite intorno al II, III... massimo.

Se tutte le donne che concepiscono p. es. in primavera, tornassero a concepire una seconda volta, la frequenza dei concepimenti in corrispondenza del II massimo avrebbe, nell'ipotesi (a), come limite superiore la frequenza dei concepimenti in corrispondenza del I massimo (*primario*). Ma poichè nella realtà (si vedano le tav. precedenti) ci si avvicina all'ipotesi (b), e d'altro canto *solo una parte* delle donne che concepiscono in un'epoca qualsiasi torna a concepire un'altra volta, non solo il numero dei concepimenti «secondari» sarà minore del numero dei concepimenti «primari», ma anche la loro concentrazione intorno al massimo sarà minore. Lo stesso ragionamento vale per il III, IV ecc... massimo.

A prescindere dagli altri fattori l'altezza dei massimi secondari rispetto al massimo primario, è tanto minore quanto più piccola è la percentuale di donne che dopo aver avuto un parto d'ordine x^o ne hanno uno d'ordine rispettivamente $(x+1)^o$, $(x+2)^o$, ecc.

La probabilità media (p_x) per una donna che ha avuto un parto d'ordine x^o d'averne uno d'ordine $(x+1)^o$ è data dalla media delle probabilità di avere un secondo, terzo, quarto figlio, ponderata rispettivamente per il numero totale delle prime, seconde, terze... nascite.

Quindi

$$p_x = \frac{\sum_{i=2}^{i=n} b_i}{\sum_{i=1}^{i=n-1} b_i}$$

dove b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) è il numero dei nati d'ordine rispettivamente $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, n^\circ$.

Per la Bulgaria (1906-1910) fatto $n = 7$, si ha:

$$p_x = \frac{34302 + 29826 + 23975 + 18370 + 13438 + 8999}{155145} = 83,1$$

Per la Nuova Zelanda (1924), fatto $n = 6$ si ha:

$$p_x = \frac{16282}{23103} = 70,5$$

Una donna che ha avuto un parto d'ordine x° ha dunque in Bulgaria (1906-1910) in media circa 83.1 probabilità su 100, nella Nuova Zelanda (1924) circa 70.5 probabilità su cento di avere un parto d'ordine $(x + 1)^\circ$.

9. — Se in ciascun mese il rapporto fra primi, secondi, terzi ecc. nati fosse quello stesso che si riscontra per tutto l'anno, la formula precedente permetterebbe di calcolare con discreta approssimazione il limite sup. cui tendono tanto il II° , che gli ulteriori massimi. Se invece in certi mesi, per es. in febbraio-marzo, la percentuale dei primi nati fosse maggiore che negli altri mesi, si dovrebbe aumentare proporzionalmente nella formola, il peso della probabilità di una seconda nascita; in questo caso, poichè generalmente la probabilità di una nascita d'ordine $x + 1$ decresce col crescere di x , il limite superiore del massimo successivo, per es. in settembre-ottobre, risulterebbe un poco maggiore, ed il limite sup. degli ulteriori massimi un poco minore di quello medio.

Dal sussistere o meno di questa circostanza dipende in parte il più o meno rapido smorzarsi delle oscillazioni prodotte da un'oscillazione primaria, cioè dai concepimenti primaverili.

Se ammettiamo che nei singoli mesi la ripartizione delle nascite in prime, seconde, terze, ecc., sia diversa dalla ripartizione media annuale, dobbiamo considerare anche un'ulteriore conseguenza. Si è veduto che l'intervallo normale fra nascite d'ordine x , $x + 1$, non è lo stesso per ogni valore di x : esso è massimo fra le nascite d'ordine intermedio ($3/4, 4/5$) minore fra quelle di ordine basso ($1/2, 2/3$) o molto elevato ($7/8$, ecc.). Ne segue che l'epoca della massima frequenza

dei successivi parti di quelle donne a cui si deve un gruppo di nascite dipenderà dalla ripartizione delle donne stesse in primipare, secondipare, ecc.. Se ad esempio in febbraio-marzo la percentuale di prime nascite fosse maggiore di quella che si verifica negli altri mesi, il massimo secondario di settembre-ottobre, non solo risulterebbe più elevato, ma anche più vicino al primo, perchè l'intervallo normale tenderà ad avvicinarsi a quello che intercorre tra prime e seconde nascite, e che è notevolmente minore, come si è visto, di quello che si ha fra nascite di ordine più elevato.

10. — Fu più volte rilevato dai demografi che la diminuzione del quoziente di natalità non è dovuta tanto all'aumentare delle coppie sterili, quanto alla diminuzione della fertilità di tutte le coppie. Perciò, in una popolazione nella quale la natalità diminuisce, noi possiamo assistere al fatto che mentre il totale delle nascite decresce, il numero assoluto delle prime nascite resta quasi invariato, e quindi quello relativo (al totale delle nascite) aumenta.

Ecco un esempio:

TAV. VIII.

Nascite legittime nel Regno di Sassonia secondo l'ordine di nascita.

	1901-02	1911-12	Nati nel 1911-12 fatto = 100 il n° dei nati nel 1901-02
Prime nascite	53194	52120	98.0
Seconde nascite	52203	44954	86.1
Terze nascite	42108	32780	77.8
Quarte nascite	32908	23355	71.0
Quinte nascite	24874	16813	67.6
Seste nascite	19245	12758	66.3
Settime-decime nascite . . .	41344	26342	63.7
Undicesime ecc. nascite . .	11960	7904	66.1
Tutte le nascite	277836	217026	78.1
Nati per 1000 donne coniugate sotto i 50 anni	224,2	150,4	67.1

È questa la ragione per cui nei paesi a bassa natalità noi troviamo generalmente un'elevata percentuale di prime nascite, per quanto

in teoria sia perfettamente concepibile la coesistenza di bassa natalità e bassa percentuale di prime nascite, nel caso cioè che la concentrazione della prolificità sia molto forte.

Applicando le osservazioni fatte or ora alle circostanze esaminate precedentemente veniamo alla conclusione che: 1) *le variazioni della natalità in quanto implicano mutamenti nella ripartizione delle nascite in prime, seconde, ecc., nascite possono determinare variazioni nell'intervallo normale fra due nascite d'ordine successivo*; 2) *crescendo la proporzione delle terze, quarte e quinte nascite al totale, l'intervallo normale dovrebbe crescere, e diminuire invece se aumenta il numero relativo delle prime e seconde nascite ovvero di quelle di ordine molto elevato*; 3) *in conseguenza, poichè col diminuire della natalità la percentuale delle nascite d'ordine intermedio diminuisce, gli intervalli fra due nascite andranno pure diminuendo, e vi potranno essere perciò degli spostamenti nell'epoca del secondo massimo*

TAV. IX.

Natalità e rapporto fra nascite di ordine diverso.

Anno	Paese	Nascite per 1000 ab.	Su cento nati sono					Totale
			1 ⁱ nati	2 ⁱ nati	3 ⁱ nati	4 ⁱ nati	5 ⁱ ecc. nati	
1906/10	Bulgaria: villaggi	46,3	19,3	19,2	16,9	13,8	30,8	100,0
1906/10	« : città	32,7	23,5	20,4	16,2	12,2	27,7	100,0
1901/02	Sassonia	37,7	19,1	18,8	15,1	11,8	35,2	100,0
1911/12	«	26,7	24,0	20,7	15,1	10,8	29,4	100,0
1918	«	18,6	46,0	31,7		22,3		100,0
1915	Australia	27,2	28,2	21,9	15,8	11,0	23,1	100,0
1924	«	23,2	28,9	23,5	16,3	10,4	20,9	100,0
1923/24	Lettonia: Russi	40,9	19,7	20,7	16,0	10,4	33,2	100,0
«	« : Lettoni	20,1	39,0	25,6	14,1	7,9	13,4	100,0

di nascite rispetto a quella del primo. Ciò non significa però che ogni diminuzione della natalità debba determinare uno spostamento del secondo massimo, già per il fatto che non sempre la diminuzione delle nascite si ripercuote con particolare intensità sulle nascite di ordine intermedio; comunque, se tali spostamenti si verificano, essi non avverranno generalmente in direzione del dicembre ma in direzione opposta.

11. — Allo scopo di studiare meglio le relazioni che legano la natalità e la stagionalità delle nascite, metteremo a confronto nelle prossime tabelle anzitutto popolazioni di paesi diversi, quindi gruppi etnici o sociali differenti dello stesso paese; infine popolazioni uguali in periodi di tempo diversi.

Per quanto la connessione fra lunghezza dell'intervallo che separa i due massimi e l'altezza del quoziente di natalità non sia molto marcata, si può notare tuttavia (tav. X) che la posizione geografica sembra avere una scarsa influenza sulla lunghezza dell'intervallo, che dipende piuttosto, come già fu notato, dalla natalità. Così Trieste e Helsingfors, poste ai due capi dell'Europa, ma con quozienti di natalità uguali presentano un intervallo uguale, mentre la pop. russa della Lettonia e la popolazione di Helsingfors, in posizione geografica pressochè uguale, ma con coefficienti di natalità molto diversi, presentano un intervallo pure molto diverso. Ma, per approfondire meglio queste osservazioni, passiamo alla tavola XI.

TAV. N.

Frequenza e stagionalità delle nascite.

74

Anno cui si riferiscono i dati	Paese	Nati per 1000 ab.	Nati in media al giorno per ciascun mese, fatte == 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.												Intervalli per i due massimi mesi
			Genn.	Febbr.	Mar.	Apr.	Mag.	Giu.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	
1899-1903	Russia Europea†	46,7	1119	1094	995	898	871	1034	1091	1019	1022	1127	1035	863	9
1901-1910	Bulgaria-villag.	46,3	1112	1151	1000	972	843	889	1010	1064	1159	1234	876	692	8
1923-1924	Lettonia Russia	40,9	1166	1095	1095	1027	828	866	966	972	954	978	997	814	10
1880-1894	Rumenia	40,6	884	1105	1021	1089	1083	1016	1076	973	957	1211	961	651	8
1900-1908	Ungheria legitt.	40,0	986	1090	1086	1038	973	943	918	1013	1054	998	938	874	7
1881-90	Trieste	34,2	1100	1094	1029	942	949	971	1007	978	985	961	985	1028	6
1881-85	Helsingfors	32,3	1027	1081	1129	1081	973	991	919	897	951	919	957	1065	6½ — 9
1909-13	Germania-legitt.	29,4	1002	1037	1034	1024	996	982	1000	1002	1032	975	959	957	7
1898-902	Svezia	27,0	1026	1025	1080	1012	979	976	959	929	1097	969	941	981	6
1911-15	Norvegia	25,3	985	1036	1042	1059	1015	1021	994	969	1078	951	903	946	5
1872-1830	Francia	24,7	1006	1077	1080	1059	1006	966	963	969	985	958	971	965	6
1910-13	Statodi Amburgo	22,4	987	1025	1016	981	990	961	1006	974	1022	955	952	1000	7
1921-23	Bucarest	46,5	1016	1077	1051	1025	978	925	1039	1016	996	1000	967	918	5

† Esclusa la Finlandia.

TAV. XI.

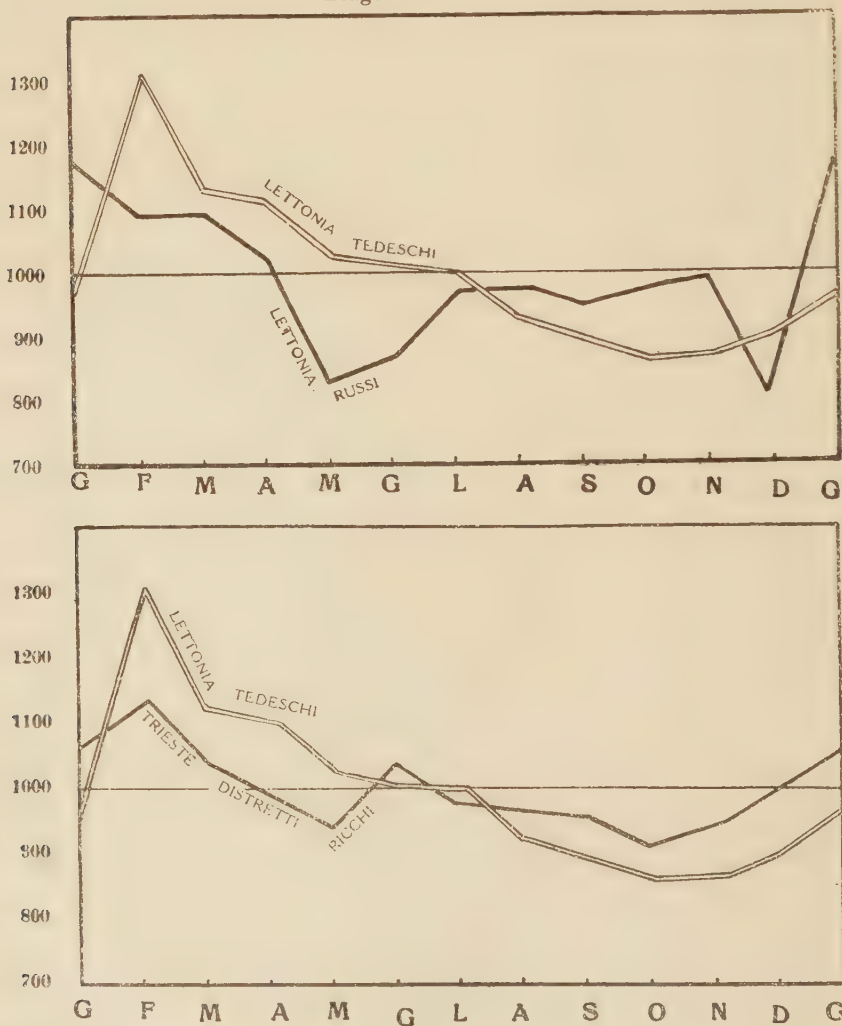
Variazioni locali della stagionalità delle nascite.

Anno	Paese	Popolazione	Nati su 1000 ab.	Su 100 nati sono				Nati in media al giorno per ciascun mese fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno												Intervallo tra due massimi mesi
				I nati	II nati	III nati	IV nati	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	
1901 10	Bulgaria	Villaggi	46,3	19,3	19,2	16,9	44,6	4442	4451	4000	972	843	889	4040	4064	4159	4254	876	692	8
«	«	Città	32,7	23,5	20,4	16,2	39,9	4468	4234	4442	963	860	949	4043	4023	4022	4049	871	846	6,7
1923, 24	Lettonia	Russi	40,9	19,7	20,7	16,0	43,6	4466	4095	4095	4027	828	866	966	972	954	978	997	814	9,10
«	«	Ebrei	23,4	31,8	29,2	17,2	21,8	4176	4143	4009	4088	991	973	4048	900	951	881	951	862	6
«	«	Lettoni	20,4	39,0	25,6	14,1	21,3	4094	4101	4132	4086	4023	985	944	883	977	883	953	922	6
«	«	Tedeschi	48,4	35,0	27,3	14,0	23,7	964	4346	4133	4117	4025	4045	4001	932	902	862	875	906	4,5
1902/13	Trieste	Distr. pov.	28,7	—	—	—	—	4034	4126	4047	958	918	997	0 5	981	4008	938	936	4002	5
«	«	Distr. ricchi	47,0	—	—	—	—	4057	4145	4047	997	942	1039	982	963	959	9 3	945	000	4

Se la periodicità delle nascite dipendesse esclusivamente dal clima, la curva annuale dovrebbe essere uguale per tutte le popolazioni viventi nella medesima località. Invece vediamo che per es. nella Lettonia, paese di piccola estensione territoriale, le curve delle nascite per le diverse razze presentano grande diversità, sia con riguardo alla distanza fra i due massimi, quando entrambi sussistono, sia con riguardo alle altre caratteristiche della curva. A questo proposito è interessante osservare come, per i *tedeschi* della Lettonia non ci sia traccia di un massimo « *autunnale* » (1).

Si osservino ora i due diagrammi seguenti:

Diagrammi 2 e 3.



(1) Eppure un secondo massimo c'è, ma è per così dire incorporato nel primo. Si vedano i diagrammi dell'Appendice C.

Nel primo la curva delle nascite per i tedeschi della Lettonia (natalità 18.10 ‰_{10}) è messa a raffronto con quella valevole per i Russi della Lettonia (natalità 40.90 ‰_{100}): le differenze sono fortissime.

Il secondo diagramma permette di confrontare la medesima curva relativa ai tedeschi della Lettonia con quella calcolata per i distretti ricchi(1) di Trieste (anni 1902-1913) aventi una natalità press'a poco uguale (17 ‰_{100}).

I diagrammi parlano chiaro. Le curve del diagramma 2 non si somigliano affatto, benchè si riferiscano a popolazioni che vivono sotto lo stesso cielo; le due curve del diagramma 3 invece, benchè relative a popolazioni che non hanno di comune che quozienti di natalità poco diversi (i quali stanno però a indicare anche condizioni economico-sociali non troppo diverse), mostrano un andamento molto simile (2).

Cerchiamo da ultimo di stabilire, se anche le variazioni della natalità che avvengono in una stessa popolazione sieno accompagnate da una variazione nella lunghezza dell'intervallo.

È evidente che col decrescere della natalità la curva delle nascite subisce notevoli modificazioni nell'ampiezza e nel periodo delle oscillazioni. Quanto all'intervallo fra i due massimi esso rimane costante o diminuisce: in nessun caso aumenta. Le variazioni di lunghezza dell'intervallo non sono però forti. Per spiegare questo fatto, ed in generale per interpretare con prudenza le tavole precedenti, conviene tener presente anzitutto quanto sia grossolana, per la sua ampiezza, l'unità di un mese; ed è perciò evidente, che per effetto di questa circostanza i cambiamenti d'intervallo inferiori ad un mese tendano a sfuggire all'osservazione (3). E ciò è particolarmente grave tenuto conto del fatto che l'intervallo non può oscillare che entro limiti assai ristretti, specialmente per la seguente ragione. L'inter-

(1) La distinzione dei distretti urbani di Trieste in ricchi e poveri si basa sopra una quantità di indici demografici concordanti, come risulta dallo specchietto riportato nell'Appendice D. (Cfr. il nostro lavoro *L'omogeneità demografica dei vari distretti urbani di Trieste*. « Bollettino dell'Ufficio del Lavoro e della Statistica ». vol. XLVI, n. 2).

(2) Si confrontino le curve dei diagrammi 2-3 con quelle teoriche raffigurate nel diagr. 6. La somiglianza con le curve del tipo $\alpha = 14, 15, 16$, è evidente.

(3) Supponiamo ad esempio che nelle quattro quindicine di settembre e ottobre si siano avute in media al giorno, nell'anno X, rispettivamente 110, 150, 160 e 115 nascite, e nell'anno seguente rispettivamente 100, 160, 145 e 130. In realtà il massimo si è spostato di 15 giorni, ma ciò non appare dai dati mensili, che sono in entrambi gli anni 260 e 275.

TAV. XII.

Variazioni nel tempo della stagionalità delle nascite.

Anno	Paese o città	Nati per 1000 ab.	Nati in media al giorno, in ciascun mese fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno												Intervalli in due massimi mesi
			Genn.	Febb.	Mar.	Apr.	Mag.	Giu.	Lug.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	
1890-94	Stato di Amburgo	35,2	994	1033	1043	994	960	959	959	1003	1033	930	994	1012	6
1900-04	«	27,4	987	1025	1016	981	990	961	1006	974	1022	955	952	1000	7
1910-13	«	22,4	1021	1038	1020	1004	996	990	1022	1004	981	973	968	996	5
1872-80	Sassonia	40,8	1010	1032	1007	983	996	1001	1007	989	1037	983	974	985	7
1911-13	«	45,8	986	1042	999	1004	1007	1019	1031	990	1023	955	970	980	5
1896-1900	Norvegia †	30,0	1013	1045	1026	1025	1020	1002	995	987	1102	977	888	926	7
1911-15	»	25,3	985	1036	1042	1059	1015	1021	994	969	1078	951	903	946	5
1881-85	Helsingfors †	32,3	1027	1081	1129	1081	973	994	919	897	951	919	957	1065	6†8†
1911-15	«	25,8	1093	1057	1163	1104	1042	1021	993	1023	978	851	889	803	5
1881-90	Trieste	34,2	1100	1094	1029	942	949	971	1007	978	985	961	985	1028	6
1901-10	«	32,0	1073	1096	1050	955	986	1015	1000	983	958	943	965	994	4
1909-11	Bucarest	30,5	1072	1147	1051	1006	950	977	988	963	990	1031	950	886	8
1921-23	«	46,5	1016	1077	1051	1025	978	925	1039	1016	996	1000	967	918	5

† Soli nati vivi.

vallo medio fra due nascite, che secondo la nostra ipotesi determina almeno in parte l'intensità e la *posizione* del secondo massimo annuale, dipende da una serie di fattori che col variare della natalità non variano nello stesso senso. Se per es. la natalità diminuisce, diminuirà pure il numero delle nascite di ordine intermedio fra le quali, come abbiamo dimostrato, gli intervalli sono relativamente più lunghi, cosicchè l'intervallo normale tenderà a diminuire. D'altro canto, poichè la diminuzione delle nascite è dovuta, in parte, all'uso di pratiche contraccettive e al prolungamento della durata media dell'allattamento, corollario della minore mortalità infantile, ne deriva oltre che un minore numero di figli per coppia, anche un maggiore intervallo fra due nascite successive. Non è dato di stabilire *a priori*, quale dei due fattori ora accennati debba prevalere, ma dalle nostre osservazioni (Tav. X-XII) risulta che in complesso le circostanze che tendono a ridurre l'intervallo normale fra due nascite hanno il sopravvento. Il fatto cioè che diminuendo le nascite aumenta la proporzione di quei nati che si susseguono ad intervalli brevi, non è annullato dal fatto, del resto incerto, che l'intervallo aumenta, per l'uso di pratiche contraccettive o per altra ragione, fra qualunque coppia di nascite d'ordine successivo (1).

III.

12. — Esaminando le tavole precedenti abbiamo constatato che col decrescere della natalità la curva annuale delle nascite subisce delle modificazioni, che finora abbiamo studiato da un punto di vista soltanto, quello cioè della distanza fra i due massimi. Passiamo ora a studiare le modificazioni che nel corso degli anni si osservano nella *variabilità* delle curve stesse. In uno studio *Sulle variazioni stagionali di alcuni fenomeni demografici* (2) il BRESCIANI TURRONI considera fra altro la curva annuale delle nascite in rapporto a) alle variazioni che i valori osservati nei singoli mesi di una serie di anni

(1) Oltre a ciò sembra verosimile che le pratiche contraccettive non comincino ad agire intensamente nelle classi a debole natalità che dopo la nascita del II III figlio, sia per ragioni fisiologiche, sia per motivi psicologici (il II figlio può essere non meno desiderato del I, perchè si aspetta un maschio, o per tanti altri motivi; inoltre perchè ci si abitua, col tempo, a pratiche contraccettive che in principio ripugnavano ecc. ecc. (Vedi Appendice D.).

(2) C. BRESCIANI TURRONI, *Studi sulle variazioni stagionali di alcuni fenomeni demografici*. «Annali del seminario giuridico dell'Università di Palermo, 1912».

presentano rispetto alle medie mensili, e *b*) alle deviazioni delle medie mensili della media annuale.

Il secondo studio si riferisce propriamente alla variabilità stagionale delle nascite, e porta l'A. alle seguenti conclusioni: 1) I vari paesi osservati mostrano forte differenza rispetto alla variabilità. Assumendo come indici della variabilità la somma delle deviazioni dei valori mensili dalla media di 1000 (nascite al giorno in media per tutto l'anno) nonchè la differenza fra il massimo ed il minimo, l'A. ottiene i dati che noi riportiamo nella tavola XIII con l'aggiunta del coefficiente generico di natalità per ciascun paese nel 1900.

TAV. XIII.

Variabilità della serie annuale delle nascite e coeff. di natalità

Paese	Nati per 1000 ab.	Somma delle deviazioni da 1000	Differenza fra il mass. e il min.	Paese	Nati per 1000 ab.	Somma delle deviazioni da 1000	Differenza fra il mass. e il min.	Paese	Nati per 1000 ab.	Somma delle deviazioni da 1000	Differenza fra il mass. e il min.
Rumenia	40,6	1181	518	Olanda	32,1	681	245	Svezia	27,0	500	138
Russia eu.	48,7	1040	371	Norvegia	29,6	620	192	Francia	22,0	499	148
Ungheria	40,0	888	270	Belgio	29,0	608	184	Austria	37,0	416	120
Spagna	33,7	869	307	Finlandia	32,0	598	191	Germania	35,6	246	95
Italia	32,7	750	212	Danimarca	29,0	565	101	Svizzera	28,6	209	61

Il BRESCIANI-TURRONI osserva che la distinzione in paesi a forte e a debole variabilità non coincide con la distinzione che egli fa dei paesi secondo due tipi di curva [tipo (*a*) uguale altezza nei due massimi; tipo (*b*) massimo di febbraio molto più elevato di quello autunnale e più profonda depressione estiva].

2) La distribuzione tanto dei nati che dei matrimoni è meno disuguale nelle grandi città che nel restante territorio. L'A. mette questo fatto in relazione con le migrazioni periodiche delle popolazioni rurali.

3) Se si considera un periodo di tempo abbastanza lungo si osserva che le curve stagionali della natalità vanno spostandosi nel tempo; così per es. in Isvezia la variabilità stagionale (n. vivi) è andata, dal 1749 in poi, continuamente diminuendo (1).

(1) Cfr. le tav. I e XII dove si osserva che lo stesso fatto si è verificato a Francoforte s. M. e nello stato di Amburgo.

A queste osservazioni possiamo aggiungere, dal canto nostro, che vi è una discreta concordanza fra l'altezza del quoziente di natalità, e la variabilità stagionale delle nascite, misurata dalla somma delle deviazioni. Infatti l'indice di *cograduazione*(1), che, come è noto, può variare da -1 (contrograduazione perfetta) e $+1$ (cograduazione perfetta), assume in questo caso il valore $+0,482$. Ma la regola che si sarebbe tentati di formulare, che la variabilità della curva delle nascite è in generale una funzione della natalità, appare molto dubbia quando si osservino i dati seguenti:

Tav. XIV. — *Natalità e variabilità stagionale delle nascite.*

Anno	Paese	Nati per 1000 ab.	Somma degli scostamenti	Differenza media (Δ)
1908	Germania	33,0	401	49,3
1910	»	30,7	260	30,3
1913	»	28,3	284	32,8
1920	»	26,7	684	79,6
1923	»	21,7	904	105,8
1890-94	Stato di Amburgo	35,2	334	41,1
1900-04	»	27,4	269	30,5
1910-13	»	22,1	205	25,3
1751-1800	Fancoforte sul Meno	30,0	331	56,3
1801-1850	»	23,5	483	55,1
1851-1890	»	28,6	412	50,7
1881-85	Helsingfors	32,3	773	90,0
1911-15	»	25,8	969	124,4
1881-90	Trieste	34,2	484	58,6
1901-10	»	32,0	500	60,5
1909-11	Bucarest	30,5	503	77,2
1921-23	»	16,5	440	56,2
1749-63	Svezia	33,8	889	109,8
1831-55	»	31,9	586	73,8
1900-08	»	26,0	433	50,9

(1) Se chiamiamo n il numero dei casi per cui è nota l'intensità dei due ca-

Ricorrendo alla *differenza media* (1), che rappresenta una misura della variabilità preferibile alla somma degli scostamenti, si trova fra natalità e variabilità delle serie mensili un indice di cograduazione pari a -0.095 : la concordanza è dunque assai debole.

Col decrescere della natalità la variabilità talvolta diminuisce, talaltra aumenta. Così nello Stato di Amburgo, ad una diminuzione della natalità da 35,2 a 22,1 per mille ab., corrispose una notevole diminuzione della variabilità, mentre a Helsingfors, in corrispondenza ad una diminuzione della natalità pressochè uguale si verificò nella variabilità un forte aumento. In Germania, dal 1908 al 1913 vi fu tendenza alla diminuzione, tanto nella variabilità, quanto nella natalità, mentre dopo la guerra, pur continuando a scemare la natalità la variabilità aumentò.

Di fronte a queste risultanze contraddittorie nessuna spiegazione si può avanzare con molta speranza di fortuna. Tuttavia crediamo che alcune considerazioni possano giovare.

a) I coefficienti generici di natalità sono spesso ingannevoli, e specialmente piccole variazioni nella natalità possono essere solo apparenti.

b) A seconda che la diminuzione delle nascite sia solo apparente, ovvero derivi da riduzione nel numero delle nascite di ordine elevato, infine da riduzione di tutte le nascite, saranno da attendersi effetti diversi sulla variabilità. Sembra probabile che una diminuzione generale o parziale della natalità derivante da un largo uso di mezzi

tra caratteri A e B , p_{a_i} , p_{b_i} , p_{β_i} il posto che il caso i^{mo} ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) occupa nella graduatoria secondo l'intensità crescente rispettivamente dei caratteri A , B , e β (inverso di B), l'indice di cograduazione sarà

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n |p_{a_i} - p_{\beta_i}| - \sum_{i=1}^n |p_{a_i} - p_{b_i}|}{k}$$

dove è $k = \frac{n^2}{2}$ per n pari, e $k = \frac{n^2 - 1}{2}$ per n dispari. (Cfr. C. GINI, *Appunti di Statistica*, Padova, 1920).

(1) La differenza media, cioè la media aritmetica di tutte le possibili differenze che si possono stabilire tra n quantità $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$ è data dalla formula proposta dal Gini

$$\Delta = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{\frac{n+1}{2}} (n+1-2i) (a_{n-i+1} - a_i)$$

dove con i si indica il posto che la quantità corrispondente a_i occupa nella graduatoria crescente delle n quantità. (C. GINI, *Variabilità e mutabilità*, Bologna, 1912).

antifecondativi, tenda ad annullare la stagionalità e quindi la variabilità, almeno per le nascite di ordine elevato, in quanto viene a mancare la correlazione tra fecondabilità statistica e fecondabilità effettiva delle donne. L'aumento della variabilità in seguito alla diminuzione della natalità può talora essere spiegato col fatto che invece di due massimi abbastanza schiacciati si ha, per il sovrapporsi del secondo massimo al primo in seguito alla diminuzione dell'intervallo medio fra due nascite, un solo massimo appuntato (Cfr. Appendice C, diagr. 7).

13. — Come abbiamo accennato, il BRESCIANI-TURRONI ha studiato anche le deviazioni della frequenza delle nascite nei singoli mesi di una serie di anni dalle medie mensili, e ciò allo scopo di stabilire se tali medie mensili si comportano secondo la norma degli errori accidentali, poichè, dice l'A., *solo in quest'ultimo caso si potrebbe rigorosamente parlare di fluttuazioni periodiche*. Ora « l'esame sommario circa il carattere delle deviazioni che i termini di una serie presentano rispetto alla loro media aritmetica si fa mediante una nota formola. Quando queste deviazioni seguono la legge degli errori, la deviazione aritmetica media e la deviazione quadratica media sono legate da una relazione che è definita dall'eguaglianza:

$$\frac{2 n [d^2]}{[d]^2} = \pi$$

dove n è il numero dei termini della serie, $[d^2]$ indica la somma dei quadrati delle deviazioni dalla media aritmetica e $[d]$ la somma delle deviazioni semplici, pure in valore assoluto » (1).

(1) C. BRESCIANI TURRONI, *Op. cit.*, pag. 8.

Per la Germania (1881-1905) e per l'Austria (1875-1900) l'A. ottiene i seguenti valori di π (nati vivi)

Tav. XV.

Valori di π in base alla formula $\frac{2 \pi [d']}{[d]^2}$

Mese	Germania	Austria
Gennaio	3,21	2,88
Febbraio.	3,36	3,83
Marzo	3,14	3,25
Aprile	2,61	3,55
Maggio	3,27	2,96
Giugno	3,44	3,91
Luglio	3,41	2,94
Agosto	3,61	3,49
Settembre	3,62	2,95
Ottobre	5,87	4,31
Novembre	2,82	3,56
Dicembre	4,50	3,37
Media aritmetica	3,57	3,41

Questi dati stanno a significare che per le nascite di gennaio-febbraio le frequenze osservate nei vari anni, si distribuiscono intorno alla media secondo una curva che si avvicina molto ad una curva normale di errori, mentre lo stesso non vale per le nascite autunnali. Infatti la deviazione media da π è uguale, rispettivamente in Germania ed in Austria, a 0.10 e 0.35 nei mesi da gennaio a marzo, mentre sale a 1.25 e 0,57 in agosto-ottobre.

I due massimi hanno carattere assai diverso, essendo più tipico il primo che il secondo: e questo fatto sta a favore dell'opinione, che quello sia un fenomeno per così dire elementare, semplice, che ripete la sua origine dalla rivoluzione annuale della terra intorno al sole; questo invece un fenomeno complesso, in parte dipendente dal primo attraverso una serie di relazioni estremamente mutevoli.

IV.

14. — Restando sempre nel campo delle ipotesi che cercano le cause determinanti la stagionalità delle nascite nelle variazioni periodiche del numero delle donne esposte a concepire, studieremo ora le relazioni che passano fra le variazioni cicliche dei matrimoni e le variazioni cicliche delle nascite. Premettiamo alcune considerazioni sulla distinzione fra nascite legittime e illegittime. Tale distinzione sembra a prima vista, e specialmente agli effetti della nostra ricerca, fondamentale, poichè le nascite illegittime dovrebbero essere sottratte all'influenza di quei fatti che modificando il numero delle donne esposte a concepire concorrono a determinare la frequenza dei concepimenti, cosicchè la curva di questa categoria di nascite dipenderebbe soltanto dalle variazioni della fecondabilità media delle donne, del potere fecondante degli uomini e della frequenza degli amplessi. Tuttavia ricordiamo che in molti paesi le nascite illegittime sono il risultato di unioni che rappresentano una via di mezzo fra l'unione coniugale e l'amore libero, e si avvicinano molto di più a quello che a questo (1), e d'altro canto una buona parte delle prime nascite legittime proviene da unioni extra-coniugali degli sposi, cioè da concepimenti ante nuziali. E poichè anche fra gli illegittimi si verificano seconde, terze ecc. nascite (2), queste sono legate, quanto all'epoca in cui avvengono, alle prime nascite da quelle relazioni che abbiamo studiato ai §§ 5 e seguenti. A parte questi fatti, è certo che quella delle nascite illegittime è una categoria avente caratteristiche specialissime e cioè: *a*) Tali nascite non sono influenzate minimamente dai matrimoni; *b*) esse sono prevalentemente di ordine basso (prime, seconde); *c*) per esse la concentrazione della prolificità è probabilmente assai piccola: una frazione di tali nascite deriva da una frazione poco minore di madri illegittime.

(1) Da una interessante ricerca che il signor MANLIO MARASS dell'Uff. Comunale di Statistica di Trieste sta eseguendo sulle nascite illegittime di quella città, risulta che il 33 % di tali nascite proviene da coppie conviventi « more uxorio » sotto il medesimo tetto.

(2) Dalla suindicata ricerca del MARASS risulta che, di 1427 nascite illegittime considerate, 61,5% erano prime nascite, 17,5% seconde, 9,2% terze, 5,2% quarte e le restanti 6.6% nascite di ordine superiore.

Nella città di Chemniz (Sassonia) nel 1905, circa il 30 % delle nascite illegitt. proveniva da donne che avevano già avuto almeno un parto (e precisamente 20.4 su 100 avevano avuto un solo parto, 9.4 più di uno).

TAV. XVI

Nati per mesi secondo la legittimità.

Fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.

Mese	Germania 1908 13		Ungheria 1900-08		Spagna 1900-05		Baviera a destra del Reno 1872-80		Posania 1872-80		Ungheria 1900-08		Trieste 1902-1911		Italia 1872-8)	
	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.	Legitt.	Illeg.
Gennaio	1002	1028	986	1073	1091	1081	985	1065	1075	1081	986	1074	1062	1063	1053	1030
Febbraio	1037	1111	1090	1157	1202	1155	1039	1161	1044	1196	1090	1158	1102	1115	1107	1143
Marzo	1034	1071	1086	1099	1158	1118	1048	1110	1005	1185	1086	1101	1050	1035	1098	1132
Aprile	1024	1043	1038	1037	1064	1072	1026	1047	933	1065	1038	1038	962	981	1052	1078
Maggio	996	1024	973	984	1014	1043	1010	1006	895	1008	973	985	914	991	973	978
Giugno	982	1014	943	921	942	956	1005	956	865	919	943	922	1015	959	901	880
Luglio	1000	932	948	900	890	915	990	940	929	905	948	901	1024	914	932	914
Agosto	1002	890	1013	958	900	913	981	873	997	904	1013	959	975	1013	962	943
Settembre	1032	1049	1054	1021	954	927	1011	991	1110	933	1034	1022	951	958	1010	1006
Ottobre	975	894	998	958	939	934	978	967	1067	856	998	959	945	939	981	912
Novembre	959	910	938	927	914	944	981	931	1064	949	938	928	967	981	980	988
Dicembre	957	1014	874	953	932	935	950	962	1019	1010	874	954	1007	939	955	977

Queste considerazioni ci permettono di spiegare le differenze fra le variazioni stagionali della natalità legittima e quelle della natalità illegittima e ci danno anche la ragione per cui tali differenze sono talora grandissime, talora invece assai piccole.

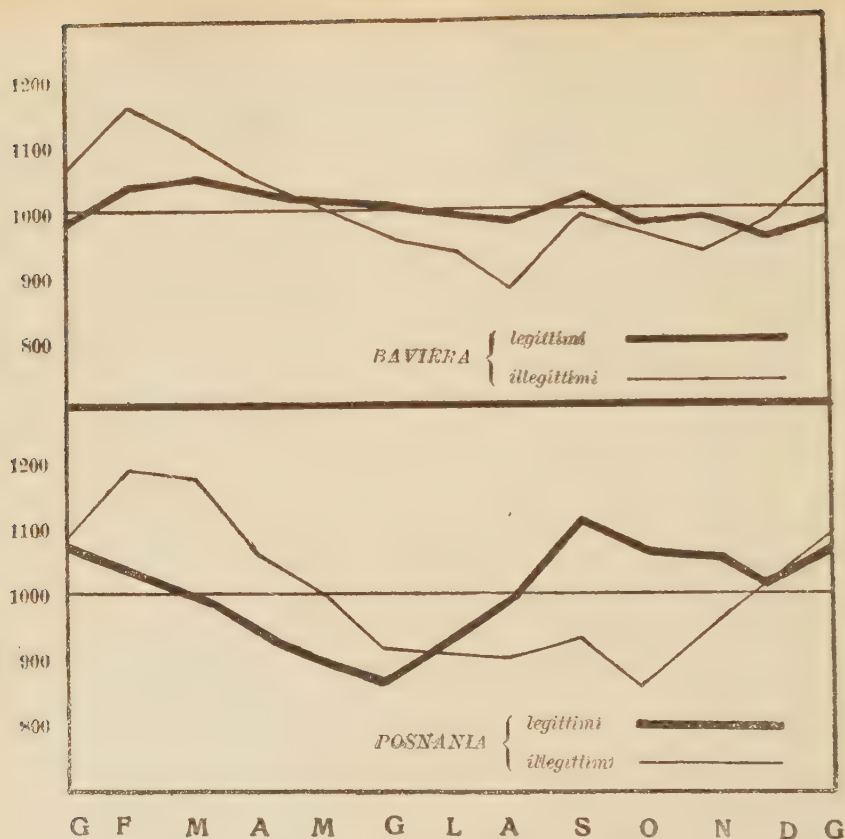
In complesso la natalità legittima e illegittima hanno andamento stagionale poco diverso: per gli illegittimi il primo massimo sembra però generalmente più accentuato, ed il secondo meno accentuato, che per i legittimi. La somiglianza delle due curve dimostra dunque che esistono delle cause, all'infuori dei matrimoni, le quali agiscono tanto per le madri legittime che per le illegittime; e ciò si spiega tenendo presente il fatto già accennato che una parte spesso assai notevole degli illegittimi è procreata da *coniugi di fatto*, se non di diritto.

Se questa spiegazione è esatta, si dovrà constatare una maggior somiglianza fra le curve dei leg. e illeg. in quei paesi dove le unioni semi-coniugali sono più frequenti, ed una somiglianza minore in quelle dove le nascite illegittime sono realmente il frutto di unioni effimere.

È noto quanto sia stato alto, specialmente nel secolo scorso, il coefficiente di natalità illegittima della Baviera dove, come informa il MAYR (1), fino al 1868 i Comuni avevano il diritto di opporsi al matrimonio delle persone che si stabilivano nel comune come semplici salariati, il che rendeva più frequenti e meno riprovate le unioni illegittime, le quali, anche per speciali condizioni giuridico-morali, finivano coll'essere assai simili a quelle regolari. Orbene, apparisce chiaramente dalla tavola XVI e dai diagrammi 3-4 che la curva mensile della natalità illegittima presenta in Baviera, dove si ebbero nel 1871 ben 18,2 nati illegittimi su cento nati, un andamento poco dissimile da quella della natalità legittima, mentre le differenze sono fra le due curve assai più forti nella Posnania, dove nell'epoca corrispondente si ebbero circa 6,2 n. illegittimi su cento nati.

(1) G. MAYR e G. B. SALVIONI, *La Statistica e la Vita Sociale*, Torino 1879.

Diagramma 4-5.

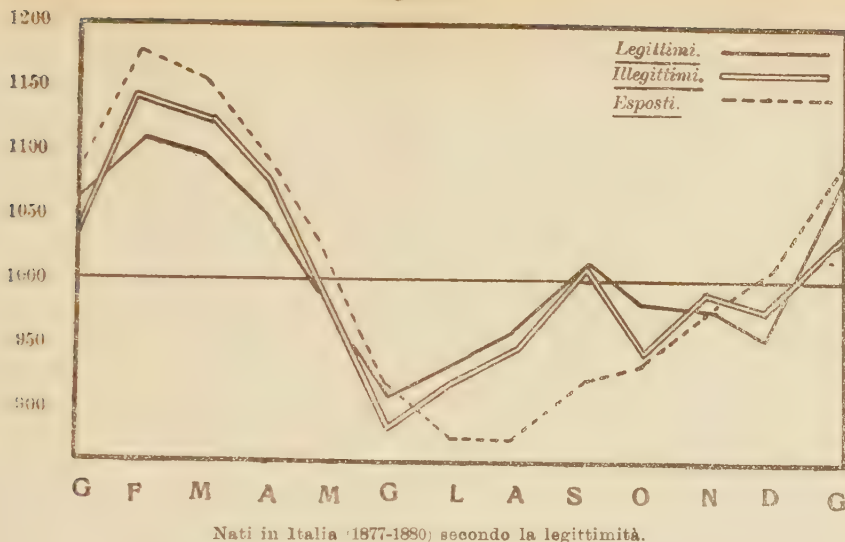


Nascite legittime e illegittime in Baviera e in Posenania.

Una conferma anche più evidente del nostro asserto si ha confrontando le curve dei legittimi con quelle degli illegittimi riconosciuti e quelle degli esposti (Italia 1872-1880) (1): la curva degli esposti non presenta che un solo massimo e un solo minimo, mentre le due curve rimanenti hanno andamento quasi identico, con due massimi e due minimi. È chiaro che le circostanze ora esposte confermano la nostra ipotesi circa le cause del secondo massimo annuale di nascite: in Posenania esso è infatti fortissimo per le nascite legittime, mentre è appena accennato per le illegittime, fra le quali le seconde, terze, ecc., nascite, devono rappresentare l'eccezione. In Italia, dove gli esposti sono nella quasi totalità primi nati, il secondo massimo non esiste.

(1) Dalla *Statistik des Deutschen Reichs*, Vol. 44.

Diagramma 6.



15. — Già per quello che abbiamo detto finora la dipendenza delle nascite legittime dai matrimoni appare problematica; tuttavia vogliamo intrattenerci brevemente sui vari elementi del problema, rinviando alla nota bibliografica il lettore che desiderasse conoscere meglio le varie opinioni che furono finora espresse dai demografi sull'argomento.

La forma della curva stagionale dei primogeniti legittimi è determinata:

- a) Dalla forma della curva dei matrimoni;
- β) dal rapporto fra matrimoni fecondi e matrimoni sterili.
- γ) dalla distribuzione media dei nati secondo l'intervallo dalle nozze;
- δ) dalle variazioni della distribuzione stessa a seconda del mese del matrimonio.

Analogamente la forma della curva dei secondogeniti dipende:

- α') dalla forma della curva dei primogeniti;
- β') dal rapporto fra matrimoni che producono più di un figlio e matrimoni che si arrestano al primo;
- γ') dalla distribuzione media dei secondogeniti secondo l'intervallo dal primo parto;
- δ') dalle variazioni di tale distribuzione a seconda del mese del primo parto.

Lo stesso vale per i terzi, quarti, ennesimi nati.

Premettiamo un'affermazione elementare: non è possibile che la correlazione fra matrimoni e nascite sia un fenomeno generale e costante. Invero, anche nel caso che le prime nascite rappresentassero una percentuale altissima delle nascite complessive, e che tutti i matrimoni fossero fecondi, basterebbe la sola circostanza che la fecondazione non avviene per tutti i matrimoni alla stessa distanza dalla prima nascita per rendere la curva delle prime nascite dissimile da quella dei matrimoni. Se si aggiunge poi, che l'intervallo fra le nozze e la prima fecondazione può variare, anche indipendentemente dalla volontà degli sposi, entro limiti molto ampi, che in molti casi la fecondazione è precedente al matrimonio e che la durata della gravidanza è pure variabile, sia pure entro limiti più ristretti, la divergenza fra le due curve appare pienamente giustificata.

α) Non esiste un tipo unico di curva dei matrimoni. Vi sono popolazioni nelle quali i matrimoni si distribuiscono quasi uniformemente per tutto l'anno (Tasmania, Argentina, Israeliti della Lettonia, alcuni Stati della Germania), mentre altre presentano due o tre massimi e altrettanti minimi ben marcati, spesso corrispondenti ad analoghe prescrizioni religiose, se non proprio determinati da esse (Rumenia, Galizia, Spagna, Italia ecc.)

La curva mensile dei matrimoni varia anche, e non poco, nel tempo: ne sono una prova i dati della tav. I riguardanti Francoforte sul Meno.

β) Un certo numero di matrimoni rimangono infecondi per tutta la loro durata. Nello Stato di Amburgo, su 100 matrimoni sciolti per morte di uno dei coniugi, non vi erano figli sopravvissuti rispettivamente negli anni 1914, 1915, 1916, in 25.2, 25.3, 21.8 casi. In quelli sciolti per morte della moglie, le percentuali salgono a 26.4 25.7, 23.1: in quelli sciolti per morte del marito scendono a 24.4 24.9 20.8. Queste cifre vanno però ridotte per tener conto dei figli premorti.

A Copenhagen, nel 1880, su 1000 matrimoni esistenti da oltre 15 anni non avevano avuto prole 12.6. Crediamo di non essere troppo lontani dal vero ammettendo che il coefficiente di infecondità oscilli fra il 10 ‰, nelle popolazioni a forte natalità ed il 20 ‰ nelle grandi città ed in generale nelle popolazioni a natalità debole.

γ) La distribuzione media dei nati secondo l'intervallo dalle nozze ci è data dalle statistiche ufficiali di alcuni paesi (Sassonia, Nuova Zelanda, Australia) e fu già oggetto di alcuni studi speciali. Poichè soltanto gli annuari dell'Australia danno il numero dei nati in ciascuno dei dodici mesi dal 13° al 24° dopo le nozze, ci limi-

tiamo a considerare questi dati oltre a quelli espressamente rilevati per il Comune di Trieste.

TAV. XVII.

Primi nati legittimi, secondo l'intervallo dal matrimonio.

Intervallo dal matrimonio mesi	Australia 1922-1924	Trieste 1924, 1925 e I trim. 1926
0-1	1081	97
1-2	1443	115
2-3	2060	93
3-4	2846	90
4-5	3542	93
5-6	4874	84
6-7	6268	67
7-8	6442	82
8-9	4535	124
9-10	9834	227
10-11	9454	158
11-12	6564	104
12-13	5886	89
13-14	3962	75
14-15	3432	77
15-16	2973	64
16-17	2631	42
17-18	2348	38
18-19	2109	30
19-20	1740	42
20-21	1572	36
21-22	1463	35
22-23	1338	26
23-24	1101	21
2 e 3 anni	10257	223
oltre 3 anni	12452	220
Totale	112207	2352

La massima frequenza di nascite si ha, tanto in Australia che a Trieste, fra il 9° e l'undicesimo mese: in questo spazio di tempo nacque nei due paesi il 17,2 rispettivamente il 16,4°, di tutte le prime nascite (1).

Riassumendo, e richiamandoci a quanto fu detto alla lettera β abbiamo dunque che dei matrimoni rimangono senza prole da uno a 2 decimi circa; dei rimanenti va preso in considerazione il 16°/100 circa, (prime nascite nei due mesi di massima frequenza) sicchè in definitiva soltanto il 12-13°/100 delle prime nascite legittime e quindi il 2,4-4,0°/100 delle nascite legittime dovrebbe riprodurre la stagionalità dei matrimoni.

8) Ma con ciò la questione non è ancora chiusa, perchè il calcolo precedente si basa sull'ipotesi di una distribuzione delle nascite sempre uguale, quanto all'intervallo dalle nozze, qualunque sia il mese del matrimonio. Che invece le cose stiano diversamente è chiaramente dimostrato dalle tavole XVIII e seguenti (2).

Le cifre della colonna *c* indicano l'intervallo medio fra un matrimonio contratto nel rispettivo mese e la prima nascita successiva. La colonna *d* dà invece il valore medio di tale intervallo, quando si tenga conto dei soli concepimenti post-nuziali. I valori delle due colonne sono notevolmente diversi, per il fatto che a Trieste i primi nati concepiti prima delle nozze rappresentano non meno di $\frac{1}{3}$ di tutti i primi nati (3). Nell'eseguire la discriminazione fra concepimenti

(1) I singoli quartili si possono graduare con riguardo alla concentrazione delle nascite nel modo seguente:

- | | | | | | |
|----|-----|----------|------------------------|-----------------|--------------------------|
| 1) | II | quartile | (= 25°/100 di nascite) | Comprende circa | 3 $\frac{1}{3}$ — 4 mesi |
| 2) | I | » | (= » » ») | » | » 6 $\frac{1}{4}$ — 8 » |
| 3) | III | » | (= » » ») | » | » 8 $\frac{1}{2}$ — 9 » |
| 4) | IV | » | (= » » ») | » | » oltre 20 anni |

Tale graduatoria costituisce una grossolana classificazione dei quattro quartili secondo la loro maggiore o minore dipendenza probabile dai matrimoni: infatti è chiaro che per es. le nascite comprese nel 4° quartile, disseminate sopra un periodo di molti anni, non possono risentire la più piccola influenza dalla eventuale periodicità dei matrimoni. Ma anche le nascite del I e pure quelle del III quartile sono diffuse sopra un periodo di troppi mesi per poter essere prese in considerazione; sicchè in ultima analisi le nascite che possono essere influenzate dalla stagionalità dei matrimoni si riducono a quelle del II quartile, che avvengono fra sei e dieci mesi dopo le nozze.

(2) Le schede delle nascite furono spogliate per l'A. dal sig. Manlio Marass.

(3) Esattamente il 34,2°/100. Il MORTARA trova che a Trieste nel 1906-1907 su 100 spose erano incinte all'atto del matrimonio 27,3. Secondo RUBIN e WESTERGAARD, a Copenhagen (1880) circa il 45°/100 delle prime nascite proveniva da concepimenti antenuziali (G. MORTARA, *I concepimenti antenuziali*, «Giornale degli Economisti», 1912; M. RUBIN e H. WESTERGAARD, *Statistik der Ehen, ecc.* Jena 1890).

TAV. XVIII.

Intervallo medio tra matrimonio e prima nascita, secondo il mese di matrimonio.

Mese del matrimonio	N° delle nascite legittime considerate		Distanza media in giorni dal matrimonio alla prima nascita	
	totale	Di cui concepiti certamente in matrimonio*	Tutte le nascite	Solo (b)
	(a)	(b)	(c)	(d)
gennaio	132	94	596	792
febbraio	209	130	454	656
marzo	131	72	486	760
aprile	229	161	449	574
maggio	222	143	488	663
giugno	176	110	551	775
luglio	168	94	407	612
agosto	180	105	475	703
settembre	247	154	468	656
ottobre	207	128	489	697
novembre	242	149	537	797
dicembre	209	113	467	762
Totale	2352	1453	485	697

* Ciòè nati non prima di 280 giorni dalle nozze.

ante-nuziali e post-nuziali abbiamo considerato come concepiti prima delle nozze tutti i legittimi nati entro 280 giorni dalle nozze stesse, per quanto fra questi vi siano certamente dei nati prematuri (e anche qualche nato maturo (1)) concepiti in matrimonio.

Dalla tavola XVIII risulta ora che per i concepimenti post-nuziali l'intervallo medio fra nozze e prima nascita raggiunge il valore minimo quando il matrimonio sia stato celebrato in aprile, nel mese cioè in cui avviene a Trieste, come nella maggior parte dei paesi europei, il massimo numero di concepimenti.

Ma quello che a noi interessa non è tanto l'intervallo medio quanto la frequenza delle nascite per i singoli intervalli. Consideriamo quindi i dati della tavola XIX, e vedremo, — per quanto nuoccia

(1) Infatti l'intervallo normale (massima frequenza di casi) fra inseminazione e parto risultò per 51 casi accuratamente vagliati da vari autori di 274,6 giorni. (G. H. KNIBBS, *The Mathematical Theory of Population*, etc. Melbourne 1917). Vedi anche l'Appendice 2, § 3.

TAV. XIX.

Nati secondo l'intervallo dal matrimonio e il mese del matrimonio
(Trieste, 1924, 1925 e I^o quadrim. 1926).

Intervallo dal matrimonio (giorni)	Mese del matrimonio												Anno
	G.	F.	M.	A.	M.	G.	L.	A.	S.	O.	N.	D.	
0- 30	10	7	7	5	3	7	9	3	7	11	16	12	97
31- 60	7	17	5	10	10	7	7	7	10	8	10	17	115
61- 90	4	14	2	7	9	1	5	5	5	14	14	13	93
91-120	1	9	5	6	3	4	10	10	12	6	13	11	90
121-150	3	6	7	4	9	6	7	15	9	11	8	8	93
151-180	0	5	7	7	6	4	11	6	13	8	9	8	84
181-210	2	5	9	4	6	5	6	6	7	4	3	10	67
0-210	27	63	42	43	46	34	55	52	63	62	73	79	639
211-240	6	5	7	7	6	9	7	7	9	5	6	8	82
241-270	5	7	8	11	21	15	11	12	16	6	8	4	124
271-300	8	11	10	32	38	18	15	14	27	22	20	12	227
301-330	10	19	7	25	14	14	9	9	17	10	17	7	158
331-360	7	13	3	15	15	5	2	10	9	6	9	10	104
361-390	8	16	6	6	3	4	8	6	11	6	6	9	89
391-420	6	3	10	9	4	9	2	4	5	7	9	7	75
421-450	5	7	2	8	7	6	4	6	5	7	11	9	77
451-480	3	7	1	6	2	4	7	6	10	4	8	6	64
481-510	3	1	0	5	1	2	2	4	7	11	3	3	42
511-540	4	3	2	5	2	1	2	5	4	2	5	3	38
541-570	2	5	2	2	2	1	5	1	4	2	4	0	30
571-600	1	1	1	6	2	7	9	3	5	2	3	2	42
601-630	0	1	0	4	6	2	4	4	2	6	2	5	36
631-660	2	0	2	4	5	4	1	4	4	4	4	1	35
661-690	1	3	3	4	3	0	3	1	1	3	1	3	26
691-720	1	1	0	4	3	2	1	1	4	2	0	2	21
721-750	4	6	4	4	4	5	1	3	6	2	0	6	45
751-780	1	2	2	1	1	2	0	1	3	1	1	4	19
781-810	2	3	2	4	8	0	1	1	0	4	1	0	26
811-840	1	1	1	0	0	0	1	0	0	3	6	1	14
841-870	2	2	0	1	1	2	0	1	3	1	3	1	17
871-900	1	3	4	2	2	0	0	1	1	3	1	1	19
511-900	22	31	23	41	39	26	28	26	37	35	31	29	368
901 in più	21	26	13	21	26	30	18	24	31	26	41	26	303
Totale	132	209	131	229	222	176	168	180	247	207	242	209	2352

la suddivisione delle cifre già per sè esigue in minute categorie, — che la distribuzione nel tempo delle prime nascite è diversa a seconda del mese di matrimonio, e cioè l'addensamento delle prime nascite nel 10°-11° mese di matrimonio è massima quando il matrimonio abbia avuto luogo in aprile, maggio e giugno, minimo se sia avvenuto in dicembre.

Nella tavola XX le nascite sono raggruppate nelle seguenti categorie: *Nati entro 210 giorni delle nozze*, ossia concepiti certamente prima delle nozze; *nati 211-265 giorni dopo le nozze*, ossia concepiti prima delle nozze e concepiti in matrimonio, ma prematuri; *nati fra il 266° ed il 310° giorno susseguente alle nozze*, ossia concepiti, nella quasi totalità, durante il primo mese di matrimonio. Le altre due categorie comprendono i concepiti nel II, III ecc. mese di matrimonio.

Le conclusioni del capoverso γ vanno sostituite quindi con le seguenti: *Sul 6 fino al 20° „ delle prime nascite (minimo per le nascite di settembre-ottobre, massimo per quelle di marzo-aprile) ossia sul 1,2 rispett. 6° „ di tutte le nascite può ripercuotersi la stagionalità dei matrimoni.* Il che equivale a dire che, di regola, la correlazione fra matrimoni e nascite sarà trascurabile.

La dipendenza delle seconde, terze, ecc., nascite dai matrimoni (α' , β' , γ' , δ') si può senz'altro trascurare.

16. — In base alle osservazioni precedenti cercheremo di spiegare talune delle anomalie che risultano dalla tavola XXI.

In Iscozia la curva delle nascite presenta una stagionalità assai diversa dal tipo medio-europeo che conosciamo: nè l'eccedenza di matrimoni in giugno, che è del 77 % sulla media annua, sembra a prima vista sufficiente a spiegare l'anomalia. Infatti in Iscozia osserviamo nel periodo in esame un primo massimo di matrimoni in gennaio, col 50,2 % „ ed un secondo massimo in giugno col 77,4 % „ di matrimoni in più della media annua. Ora, mentre il primo massimo sembra senza influenza apprezzabile sulle nascite di ottobre e novembre, il secondo massimo, di poco più accentuatò, ha tutta l'apparenza di essere la causa dell'insolita frequenza di nascite in marzo-aprile. Crediamo che ciò si possa spiegare ricordando che i matrimoni di giugno sono, a dieci mesi di distanza, circa due volte più produttivi che non quelli di gennaio (vedi tav. XX).

Perchè ci sia correlazione sensibile fra nascite e matrimoni di 9-10 mesi prima, si richiedono dunque delle condizioni speciali: 1) massimo di matrimoni coincidente coll'epoca della massima fecondabilità delle donne, ovvero 2) fortissima stagionalità dei matrimoni, forte

TAV. XX. *Nascite legittime secondo l'intervallo del matrimonio e il mese del matrimonio.*

Cifre percentuali.

Intervallo fra matrimonio e 1 ^a nascita	G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D	Anno
0-210 (1)	20.4	30.1	32.1	18.8	20.8	19.3	32.7	28.9	25.5	29.9	30.2	37.8	27.2
211-265 (2)	7.6	4.8	9.2	5.7	8.5	9.1	8.3	10.0	8.5	3.9	5.4	5.3	7.0
266-310 (3)	12.1	9.6	9.9	18.8	23.0	18.2	13.7	11.1	15.8	14.5	10.7	7.6	14.0
311-360 (4)	8.3	12.0	6.8	14.8	10.8	7.4	4.2	7.8	7.3	5.3	8.7	6.7	8.5
361 e più (5)	51.6	43.5	42.0	41.9	36.9	46.0	41.1	42.2	42.9	46.4	45.0	42.6	43.3
Totale.	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

(1) Concepimenti antenuziali.

(2) Concepimenti ante- e post-nuziali.

(3) Concepimenti avvenuti prevalentemente nel 1^o mese dopo le nozze(4) Concepimenti avvenuti nel 2^o e 3^o mese.

(5) Concepimenti posteriori

TAV. XXI.

Matrimoni e nascite, per mesi.

In media al giorno fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.

Mese del matrimon.	Rumenia 1871-80		Svezia 1871-80		Argentina 1924		Hannover, Münster, Bremen 1871-86		Polonia 1871-8		Hessen-Nassau Lippe ecc.		Trigate 1924-11		Mese della nascita
	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	Matr.	N. leg.	
Gennaio.	3353	966	4502	952	1008	976	607	977	1373	1064	910	986	794	936	Novemb.
Febbraio	3062	667	746	961	1085	931	725	958	4517	1019	1180	975	2176	1002	Dicemb.
Marzo	71	977	694	1008	1069	982	528	1021	310	4075	800	1004	346	1084	Gennaio
Aprile	201	1181	751	991	1123	968	1640	1098	634	1044	1226	1053	931	1126	Febbraio
Maggio	394	1062	546	1022	1072	1009	1670	1101	955	1005	1105	1042	1029	1047	Marzo
Giugno	244	1060	1774	1063	1053	996	932	1057	719	933	884	1004	997	958	Aprile
Luglio	274	1067	1203	1063	1072	988	825	955	619	895	798	966	794	118	Maggio
Agosto	222	939	679	1039	966	1044	577	889	540	865	709	942	892	997	Giugno
Settemb.	370	1042	716	1012	976	1056	912	904	1141	929	907	955	1304	1015	Luglio
Ottobre	1065	924	711	952	955	1015	1376	971	1613	997	1112	989	980	981	Agosto
Novemb.	2001	943	1158	957	812	1052	1540	1071	2262	1110	1299	1080	363	1008	Settemb.
Dicemb.	884	1185	1452	978	779	981	680	1006	357	1067	1095	1008	436	938	Ottobre

concentrazione delle nascite in corrispondenza dell'intervallo normale dal matrimonio, e basso coefficiente di sterilità.

Probabilmente le condizioni ad 2) sono tutte presenti fra i cattolici della Lettonia, fra i quali, come appare dalla tavola seguente, non meno del 43 % dei matrimoni avviene nei mesi di gennaio-febbraio. Non desta quindi sorpresa trovare a nove-dieci mesi di distanza dal massimo dei matrimoni un massimo di nascite che non si riscontra per es. fra gli ebrei dello stesso paese.

TAV. XXII.

Matrimoni e nati vivi in Lettonia (1922-24).

In media al giorno per ciascun mese, fatta = 1000 la media giornaliera per tutto l'anno.

Mese del matrimonio e della nascita	Protestanti		Cattolici		Israeliti	
	Matrimon.	Nati vivi	Matrimon.	Nati vivi	Matrimon.	Nati vivi
Gennaio . . .	623	1047	1063	1119	935	1155
Febbraio . . .	858	1106	4068	1106	881	1131
Marzo	820	1100	434	1091	1226	994
Aprile	1549	1120	317	1025	750	1098
Maggio	1261	1065	999	970	908	1043
Giugno	1439	1125	1359	983	1083	1082
Luglio	789	940	1205	910	779	983
Agosto	650	886	490	922	930	692
Settembre . . .	745	971	500	950	939	944
Ottobre	775	875	522	916	914	945
Novembre . . .	888	887	1160	1040	833	904
Dicembre . . .	1584	891	287	969	1086	903
Anno	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Del resto è chiaro che il massimo secondario, derivante nel modo che abbiamo ampiamente studiato, dal massimo primario, può coincidere col massimo che in particolari condizioni viene determinato dai matrimoni, e così dar luogo al fenomeno di un'oscillazione secondaria più sensibile della primaria [Romania (Tav. XVI), Bulgaria (Tav. XI) ecc.].

È evidente che in alcuni paesi, per es. nell'ex Granducato di Hessen-Nassau o in Argentina (Tav. (XXI) le oscillazioni stagionali

delle nascite non hanno nulla a che vedere con la stagionalità dei matrimoni che sono distribuiti quasi uniformemente per tutto l'anno ovvero presentano una stagionalità così debole, da non poter assolutamente influire sulla stagionalità delle prime nascite.

In conclusione non sarà inutile fare qui un'osservazione analoga a quella che facemmo altrove (§ 4) circa la correlazione fra frequenza dei contatti sessuali e frequenza dei concepimenti. Anche fra matrimoni e concepimenti il nesso, se esiste, non deve essere necessariamente di natura causale, ma può essere un rapporto di dipendenza da un terzo fattore, che sarebbe dato da quel complesso di cause fisiologiche e psicologiche, da quell'incognita (di cui parleremo in seguito) che determina attualmente, e che ha determinato sempre, il maggior numero di concepimenti in certe epoche, ed ha quindi fatto sorgere *ab antiquo* il costume di celebrare le nozze intorno al tempo in cui gli istinti sessuali sono più forti e le probabilità di concepimento maggiori: tale costume si conserva, specialmente nei paesi cattolici, nella preferenza data a certe stagioni per la celebrazione dei matrimoni. La religione non fece dunque che sanzionare un costume già diffuso ed avente profonde radici, antiche quanto l'umanità stessa.

17. — Riassumendo, crediamo di poter affermare che *i matrimoni sono qualche volta la principale fra le cause del secondo massimo di nascite, spesso ne sono una semplice concausa, che talora è quasi trascurabile; non ne sono mai la causa unica. Del primo massimo i matrimoni possono essere eccezionalmente una causa secondaria, mai la principale.*

18. — Nei paesi dove si verificano migrazioni stagionali di operai la curva delle nascite risulta profondamente modificata. Il GINI (1) ha mostrato il nesso che si osserva nel Canton Ticino fra la stagionalità dei movimenti migratori e la stagionalità dei concepimenti. Il BECKER (2) ha riscontrato un fatto analogo nel Principato del Lippe, dove vi è un forte flusso migratorio di operai mattonieri da aprile a ottobre, ed una corrispondente depressione dei concepimenti durante quel periodo. Entrambe le curve di cui si è fatto cenno si staccano

(1) C. GINI, *Contributi statistici ai problemi dell'eugenica*. « Rivista Italiana di Sociologia », 1912.

(2) K. BECKER, *Die Jahresschwankungen in der Häufigkeit verschiedener Bevölkerungs- und moralstatistischer Erscheinungen*. « Allg. Statist. Archiv » Vol. 2^o, 1892.

notevolmente dal tipo normale delle ragioni circostanti, cosicchè si può affermare senz'altro che i fenomeni migratori servono a spiegare certe anomalie, ma non già le caratteristiche generali della stagionalità delle nascite: e quindi noi possiamo prescindere senz'altro in questo studio.

19. — È assolutamente improbabile che le variazioni stagionali della mortalità di donne in età feconda, o di uomini coniugati con donne in età feconda possano avere qualche influenza sulla stagionalità delle nascite, attraverso variazioni del numero delle donne esposte a concepire; e basta considerare, che su 10.000 donne coniugate dai 18 ai 40 anni muoiono, in media, circa 5,2 al mese soltanto (1), per convincersi di questo fatto.

Un problema distinto è invece quello dell'influenza mediata che la mortalità in generale può esercitare sulla frequenza dei concepimenti, attraverso relazioni di natura prevalentemente psichica. Questo problema, di cui si occupò il BENINI in uno studio sulla periodicità dei fenomeni demografici (*vedi nota bibliografica*) non rientra però fra quelli del secondo gruppo fondamentale del nostro albero logico (*stagionalità nel numero delle donne esposte a concepire*).

V.

20. — Supponiamo di essere riusciti a determinare l'importanza di tutti i fattori sociali e statistici fin qui esaminati e riguardanti la *frequenza dei contatti sessuali* ed il *numero delle donne esposte a concepire*. Con ciò saremo riusciti forse a spiegare in modo soddisfacente le cause del secondo massimo di nascite, ma non quelle del primo, nè quelle del minimo che lo segue immediatamente. Rimane dunque un *quid*, un insieme di fatti fisiologici, ai quali si deve quasi esclusivamente il massimo primaverile dei concepimenti.

Che si tratti prevalentemente di cause fisiologiche è reso molto verisimile dai dati della tav. XX, dalla quale è ricavata la tavola seguente:

TAV. XXIII.

Su 100 nati maturi concepiti in matrimoni celebrati in ciascun mese, furono concepiti nel primo mese di matrimonio:

Mese del matrimonio.												Media annua
G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D	
16,8	14,6	16,8	24,8	32,4	25,4	23,2	18,2	23,9	21,8	16,6	13,5	21,2

(1) Trieste, 1912-13.

È poco probabile, data la psicologia degli sposi novelli, che le coppie formatesi in maggio assaggino i piaceri di Venere con frequenza più che doppia ($32,4 : 13,5 = 2,4$) di quelle formatesi in dicembre: è invece assai più verisimile che cause esclusivamente fisiologiche rendano più fecondi gli amplessi primaverili che non quelli invernali. Queste cause sono appunto il *quid*, l'incognita che cerchiamo.

21. — Esaminiamo dunque le due ultime ipotesi del nostro albero logico. La questione, se vi sia un ciclo annuale della « *potentia generandi* » dell'uomo è distinta dalla questione, già esaminata al paragrafo 4, circa le variazioni stagionali della sua « *potentia coeundi* », di cui è indice la frequenza degli amplessi (1).

Si tratta in ultima analisi di sapere, se vi sono variazioni stagionali, quantitative o qualitative, nello sperma umano, e se queste sono di natura tale, da poter influire singolarmente o cumulativamente con altri fattori sulla frequenza dei concepimenti. Ma in mancanza di dati in argomento, dobbiamo rinunciare a qualunque affermazione *a priori*.

22. — Il GINI chiama fecondabilità della donna « *la probabilità che in regime matrimoniale, all'infuori di ogni pratica contraccettiva e di ogni astensione dai contatti sessuali diretta a limitare la procreazione, la donna venga fecondata durante un periodo mestruale* » (2). Il GINI ha dimostrato, servendosi di un metodo che non è qui il caso di descrivere, che la fecondabilità media è maggiore in quelle fra le primipare maritate che concepiscono nei primi mesi del matrimonio, e, in quelle che concepiscono successivamente, tanto minore,

(1) Ma le variazioni delle due forme di *potentia* devono essere connesse. Infatti è noto che gli spermatozoi umani non hanno, finchè si trovano nelle ghiandole seminali, che una mobilità piccolissima o nulla. È pure noto che il liquido prostatico, il quale al momento dell'eiaculazione si mescola con lo sperma, possiede reazione alcalina (cfr. secreto cervicale dell'utero!) e quindi azione stimolante sugli spermatozoi. E poichè la quantità di liquido prostatico secreta varia in dipendenza dell'intensità dell'eccitamento sessuale, è chiaro che crescendo esso (e quindi la *potentia coeundi*) vari anche la vivacità di movimento degli spermatozoi (e quindi la *potentia generandi*).

(2) G. GINI, *Prime ricerche sulla « fecondabilità » della donna*, « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, ecc. ». Tomo LXXXIII (1923-1924); *Nuove ricerche sulla « fecondabilità » della donna*, ibid., Tomo LXXXIV; *Decline of the birth-rate and the « fecundability » of Woman*, « The Eugenics Review », 1926.

quanto maggiore è la distanza fra le nozze ed il concepimento. Si opera cioè una selezione, nel senso che rimanendo incinte prima le donne maggiormente fecondabili, la fecondabilità media del gruppo rimanente ne risulta abbassata.

Questa circostanza tende, insieme a quelle considerate ai §§ 5 e segg., a mantenere l'andamento ondulatorio della curva delle nascite, rendendo più sensibile l'interdipendenza fra i singoli punti della serie.

Infatti, se per una ragione qualunque si è avuto in un certo mese un grande numero di concepimenti, nei mesi successivi, ferme restando tutte le altre condizioni, ed in particolare il numero delle donne esposte a concepire, il numero dei concepimenti dovrà essere necessariamente minore, per il semplice fatto della selezione operatasi fra donne fecondabili in grado differente. Il numero dei concepimenti non potrà quindi aumentare se non aumenterà il numero assoluto delle donne fecondabili e la loro fecondabilità media. Ora queste due condizioni saranno soddisfatte entrambe, quando torneranno ad essere fecondabili, dopo il parto e l'allattamento, le donne che restarono incinte per prime.

23. — Secondo la definizione che dà il G. SI, la fecondabilità non dipende però soltanto da condizioni specifiche della donna, ma anche « dai caratteri, dalle condizioni e dall'attività funzionale dell'apparato riproduttore maschile ». Sicchè, ammesso che tali caratteri e tali condizioni rimangano costanti, rimane pur sempre un *quid*, proprio esclusivamente della donna, cioè la sua attitudine fisiologica a concepire, che può variare indipendentemente da tutte le altre condizioni esterne, e che chiameremo *fecondabilità specifica*. Benché sia pressochè impossibile di misurarla, possiamo ammettere da un lato, sulla base delle osservazioni compiute sulla fecondabilità generica, che essa vari da donna a donna, come del resto variano da un individuo all'altro tutti i caratteri fisici e psichici; d'altro canto sappiamo che tale fecondabilità non è identica in tutti i momenti della vita di una donna. La fecondabilità specifica segue infatti, come è ovvio, un *ciclo vitale* (che va dalla pubertà alla menopausa), e, come si può ritenere provato, un *ciclo lunare* (minima fecondabilità prima della mestruazione, massima immediatamente dopo). Oltre a ciò non si può escludere *a priori* che vi sia un *ciclo annuale*, corrispondente in tutto o in parte al ciclo annuale dei concepimenti: ed anzi i dati della Tav. XXIII sembrano confermare questa ipotesi, mostrando che la fecondabilità delle primipare maritate è massima verso la fine della primavera, minima alla fine dell'autunno.

Le variazioni della fecondabilità specifica possono a lor volta dipendere da analoghe variazioni delle condizioni *fisiche* o *chimiche* degli organi riproduttori femminili. Nelle condizioni fisiche rientrano tutte quelle particolarità morfologiche e funzionali, compresa l'attitudine dell'utero a fissare l'ovulo fecondato, da cui dipende la concezione: ma ci manca qualunque base, per giudicare se vi siano nelle dette condizioni *variazioni stagionali*, che comunque non sembrano molto probabili. Le condizioni *chimiche* degli organi femminili, e ci riferiamo essenzialmente alla composizione del secreto *vaginale* e del secreto *cervicale* (1) sono variabilissime, e non sarebbe da meravigliarsi se da accurati studi sull'argomento, che ci auguriamo prossimi, risultasse che tali variazioni seguono non solo un ciclo giornaliero, mensile ecc. ma anche un ciclo stagionale, sufficiente a spiegare l'elevata probabilità di concepimento che si ha in primavera.

VI.

RIASSUNTO

24. — Da oltre un secolo gli studiosi di demografia vanno mettendo in rilievo e cercano di spiegare la regolarità con cui le nascite si distribuiscono fra i vari mesi dell'anno. Le caratteristiche del fenomeno sono nella maggior parte dei paesi europei le seguenti: un primo massimo di nascite in gennaio-febbraio, un secondo massimo in settembre-ottobre, e due minimi intorno a giugno ed a dicembre. Quasi sempre le variazioni mensili nella frequenza dei concepimenti furono messe in rapporto con analoghe variazioni della frequenza dei contatti sessuali; ma con ciò non si è esaminata che una sola fra le possibili cause della stagionalità delle nascite. Questa è infatti funzione di quattro variabili, che sono, in ciascun mese: (a) *il numero delle donne esposte a concepire*, (b) *la frequenza degli amplessi*, (c) *il*

(1) I genitali esterni della donna secernono un fluido, il *secreto vaginale*, che in condizioni normali è debolmente acido. Se la sua acidità aumenta, i movimenti degli spermatozoi vengono rallentati, ed addirittura arrestati se l'acidità è molto più elevata del normale. Un aumento dell'acidità e quindi dell'attività spermaticida del secreto vaginale si ha durante la gravidanza e durante certe malfattie.

Un'altra secrezione che defluisce dai genitali interni durante il coito, e si mescola col secreto vaginale, è il *secreto cervicale*, avente reazione alcalina (come il sangue) ed effetto stimolante sui movimenti degli spermatozoi. È chiaro come queste due secrezioni abbiano azione antagonista.

potere fecondante medio dei maschi e (d) la fecondabilità media delle femmine.

Il numero delle donne esposte a concepire varia da mese a mese principalmente per effetto dei matrimoni, dei concepimenti e delle nascite. Un calcolo da noi eseguito per la città di Trieste (§ 6 e Appendice B) mostra che vi è una notevole concordanza fra le oscillazioni della curva dei concepimenti e quella del numero delle donne esposte a concepire. È quindi probabile che spesso, se non sempre, nell'epoca in cui è massimo il numero delle donne fecondabili cada anche il massimo dei concepimenti.

Le oscillazioni stagionali dei matrimoni possono influire, attraverso il numero dei primi concepimenti legittimi, sulla stagionalità delle nascite complessive: ma di solito questa influenza non è molto sensibile, per il fatto che le prime nascite provenienti da un certo gruppo di matrimoni si disperdono sopra un gran numero di mesi, ed anche per il fatto che le prime nascite non sono che una frazione (da $\frac{1}{15}$ ad $\frac{1}{5}$) delle nascite complessive. Ma poichè, come risulta da un apposito calcolo (§ 15 lett. d) nei matrimoni celebrati in certi mesi (da aprile a luglio) la concezione avviene più sollecitamente che non per quelli celebrati in altri mesi, la stagionalità delle nascite può talora essere influenzata da quella dei matrimoni, se questi cadono nei mesi più favorevoli alla fecondazione. Oltre ai matrimoni, anche i concepimenti e le nascite determinano delle variazioni nel numero delle donne esposte a concepire: infatti ogni concepimento sottrae una donna al numero delle fecondabili, mentre ogni nascita è seguita, di regola a qualche mese di distanza, dal ritorno di una donna nel novero di quelle che possono concepire.

Da ciò si comprende come fra la stagionalità del numero delle donne esposte a concepire e la stagionalità delle nascite debba sussistere una stretta interdipendenza; e questo fatto può fornirci la chiave per spiegare il carattere di alcune delle oscillazioni della curva delle nascite. Ciò vale in particolare per il secondo massimo che si verifica di solito in settembre-ottobre. Invero, delle donne che hanno partorito in corrispondenza al primo massimo annuale, alcune ridiventano capaci di generazione quasi subito, alcune dopo un mese, altre invece dopo due, tre o più mesi, a seconda della durata dell'allattamento e di altre circostanze. Ora è chiaro che, ogni altra condizione restando uguale, nell'epoca in cui più forte è il *flusso delle donne che rientrano nella categoria delle esposte a concepire*, si avrà pure una maggior probabilità di concepimento, e quindi un massimo *secondario* di concezioni. Ora un flusso di questo genere si verifica

ad un certo intervallo dall'epoca del massimo assoluto (*primario*) di nascite, e precisamente ad un intervallo che non è altro se non la distanza *normale* fra un parto ed il momento in cui la donna ridiventa disponibile per la generazione.

Per farci un'idea dell'*intervallo normale*, noi siamo ricorsi ad un mezzo indiretto: abbiamo osservato come si distribuisca un certo numero di parti secondo l'intervallo, in mesi, dal parto precedente. Così per esempio abbiamo osservato quante seconde nascite avvengono dopo 11, 12, 13, 14 ecc. mesi dalle prime nascite. Risulta ora che la maggior parte delle nascite d'ordine non inferiore alla seconda avvengono fra il 15° ed il 19° mese dalla nascita precedente, vale a dire che una nuova concezione si ha per lo più 6-10 mesi dopo il parto. Ciò concorda abbastanza bene con le vedute degli ostetrici, che considerano *normale* un intervallo di 7-8 mesi fra un parto ed il momento in cui una donna *che allatta* ridiventa disponibile per la generazione.

Questi dati permettono dunque di spiegare in modo assai semplice la seconda cuspide della curva annuale delle nascite: infatti le nascite del secondo massimo (agosto settembre) provengono in parte da donne che hanno partorito circa 15-19 mesi prima, cioè appunto intorno all'epoca del I massimo.

Il secondo massimo è quindi di regola una conseguenza del primo.

25. — Le considerazioni che precedono non servono però a spiegare le cause del I massimo (*primario*). Bisogna ricorrere ad altre ipotesi.

Dalle notizie di storici, folkloristi e viaggiatori risulta abbastanza concordemente che presso moltissime popolazioni si celebrano o si celebravano in altri tempi durante le primavera delle cerimonie a sfondo erotico, che fanno ritenere probabile una intensificazione dei rapporti sessuali durante l'epoca corrispondente. Ma, sussista o no questo accentuarsi della frequenza dei rapporti sessuali in primavera, non è dimostrato che sia esso la causa del corrispondente incremento del numero dei concepimenti, che può dipendere anche da una maggior fecondità degli amplessi primaverili.

Sembra infatti che vi siano delle variazioni stagionali nel *potere fecondante* dei maschi e nella *fecondabilità* delle femmine, e che proprio nella eccezionale fecondità degli amplessi primaverili (§§ 16 e 20) debbasi ricercare la causa principale del massimo *primario* di nascite; mentre il massimo *secondario* dipenderebbe in gran parte dal primo e solo in via subordinata dalla stagionalità dei matrimoni o di altri fenomeni demografici.

A P P E N D I C I

APPENDICE A.

Nota Bibliografica (1).

1. — Punto di partenza di tutte le successive ricerche si può considerare il celebre studio del VILLERMÉ (1831) sulla distribuzione per mesi delle concezioni (2), ispirato, secondo quanto afferma il QUÉTELET (1835) (3), da una comunicazione di quest'ultimo fatta all'Accademia di Bruxelles. La monografia del VILLERMÉ si basa sopra un materiale abbastanza ricco, interpretato con raro acume statistico. Dopo aver circoscritto il problema, il VILLERMÉ mette in evidenza le deviazioni che le curve annuali della natalità presentano in regioni ed in epoche diverse, e porta dei dati per dimostrare che negli anni in cui l'estate fu particolarmente fredda o piovosa, (come nel 1816 e nel 1823) l'epoca del minimo estivo di concezioni fu un poco ritardata. Osserva che il massimo primaverile ed il minimo estivo-autunnale ritardano pure quando si passa dai dipartimenti meridionali della Francia a quelli settentrionali. Ritiene che il minimo di concezioni che si verifica verso la fine dell'estate, non dipenda immediatamente dal caldo, ma piuttosto dalle condizioni sanitarie che sono verso la fine dell'estate particolarmente sfavorevoli, specie nelle zone paludose. Nota che in generale il massimo di concezioni corrisponde in Francia, Italia, Inghilterra e Belgio al minimo di decessi. Confrontando le curve ottenute per le città e quelle della campagna, e constatato che queste ultime presentano oscillazioni assai più forti di quelle, conclude che l'influenza della stagione si fa sentire maggiormente fra le popolazioni rurali, che vivono per così dire a contatto con la natura, che non fra le popolazioni cittadine. Osserva che durante la primavera si verifica in Francia il maggior numero di delitti contro il buon costume, e pur riconoscendo che ciò possa derivare in parte dall'es-

(1) Il numero fra parentesi dopo il nome di un autore indica l'anno in cui uscì la prima edizione dell'opera esaminata.

(2) L. R. VILLERMÉ, *De la distribution par mois des conceptions et des naissances de l'homme*. « Annales d'hygiène publique et de médecine legale », 1831.

(3) A. QUÉTELET, *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, Parigi, 1835.

sere in quell'epoca più frequenti le occasioni di commetterli, ritiene che se ne debba concludere per una maggior intensità degli stimoli sessuali durante la primavera.

Passando a studiare le relazioni fra nascite e matrimoni, il V. mostra come in marzo ed aprile, nei due mesi cioè che precedono quelli in cui la frequenza delle concezioni è massima, si abbia un numero piccolissimo di matrimoni; ne deduce che poche donne rimangono incinte nei primi giorni delle nozze, e conclude affermando che l'epoca del massimo e del minimo dei matrimoni non ha influenza marcata sulla determinazione del massimo e del minimo della natalità. D'altro canto l'epoca in cui il numero delle giovani donne esposte a concepire si accresce subitamente, dovrebbe coincidere, ogni altra condizione rimanendo uguale, con quella del massimo dei concepimenti. Quanto alla causa del maggior numero di concezioni in certi mesi, il V. non crede che si debba ricercare soltanto nella maggior frequenza degli amplessi, poichè vi sono delle ragioni per ritenere che la fecondità degli amplessi sia in ragione inversa della loro frequenza, e porta l'esempio delle femmine di quegli animali che si accoppiano in un sola stagione dell'anno, e che pure restano fecondate dopo essere state coperte una o due volte soltanto; al contrario le prostitute sono assai spesso sterili. Il V. nega che i lavori pesanti abbiano un effetto deprimente sulla fecondità, ed opina invece che questa possa essere influenzata dalla quantità e dalla qualità del nutrimento. Ritiene perciò che il minimo di concezioni che si osserva nei paesi cattolici in corrispondenza della quaresima sia dovuto alle deficienze quantitative e qualitative degli alimenti di cui gran parte della popolazione si nutre durante tale periodo, e che il massimo secondario del dicembre sia dovuto alle condizioni di riposo e di buona alimentazione che caratterizzano quell'epoca.

La monografia del VILLERMÉ di cui abbiamo dato soltanto un sommario riassunto costituisce un contributo scientifico di grande valore sia per i dati che contiene, sia che per le ipotesi ingegnose con cui sono interpretati i dati stessi e con cui si cerca di supplire al materiale mancante. Nel lavoro del V. si trovano svolte o accennate molte idee che furono poi riprese e sviluppate da statistici posteriori, ed altre che, malgrado la genialità dell'intuizione, rimasero sempre trascurate. Così per esempio il concetto che le variazioni del numero dei concepimenti possano derivare da variazioni nella fecondità dei sessi anzichè dalla varia frequenza dei rapporti sessuali, non fu ripetuta, credo, che dallo HORN (1): gli altri scrittori non si fermarono neppure su questo punto, benchè ne sia evidente l'importanza. Un'altra opinione degna di nota del V. ci sembra la seguente. Pur riconoscendo di non averne trovata conferma nelle sue ricerche, il V. ritiene verosimile che la probabilità di fecondazione nei primi tempi del matrimonio sia maggiore quando il matrimonio abbia avuto luogo in aprile, maggio o

(1) J. E. HORN, *Bevölkerungswissenschaftliche Studien aus Belgien*, Lipsia, 1854.

giugno, che quando abbia avuto luogo in altra epoca. Ora i dati che noi abbiamo calcolato per Trieste e che sono riportati nella Tav. XX. sembrano confermare appieno questa ipotesi, che, formulata un secolo fa, non fu più ripresa in esame dagli statistici posteriori.

Delle altre ipotesi del VILLERMÉ, alcune hanno trovato conferma nelle indagini successive, ed altre no. Che il primo massimo di nascite tenda ad anticipare, quando si passa dal nord al sud, è un fatto che le ricerche del SORMANI (1) ed i dati pubblicati dal CORRIDORE (2) e dal GINI (3) sembrano confermare, benchè le molte e gravi eccezioni facciano ritenere probabile il gioco di altri fattori a fianco di quello puramente climatico. Come si è visto ai cap. II e III, noi opiniamo che di questi fattori i principali siano la ripartizione delle nascite in prime, seconde ecc., la lunghezza dell'intervallo medio fra due nascite, che può con le sue variazioni determinare uno spostamento non solo nel secondo, ma anche nel primo massimo, ed infine la stagionalità dei matrimoni, che in certi casi può influire abbastanza sensibilmente sulla stagionalità delle nascite. Questi fattori combinati insieme possono giungere fino ad annullare quello semplicemente climatico, per quanto non ne rimanga scosso il principio generale che, dato un massimo di fecondabilità connesso in qualche modo con la posizione del sole, ne debba conseguire uno spostamento nell'epoca di quel massimo col variare della latitudine. Si tratta però di un principio tanto generale da non avere una grande importanza pratica, poichè *la catena alle cui estremità stanno la posizione del sole e la frequenza dei concepimenti*, è così lunga e complicata che difficilmente vi si possono trovare delle relazioni generali e costanti.

Per quanto riguarda l'ipotesi avanzata dal VILLERMÉ e ripetuta poi da decine di statistici, che mentre il primo massimo di concezioni (aprile-maggio) dipende da cause fisiche, naturali (il risveglio primaverile) il secondo (dicembre) dipenderebbe da cause sociali, in quanto tali concezioni avvengono nel periodo del riposo e dell'abbondanza di viveri, essa si presenta attaccabile da molti lati. Anzitutto va notata la contraddizione in cui cadde il VILLERMÉ, che dopo aver negato l'influenza deprimente che sulle concezioni avrebbero i lavori pesanti, ammette che il riposo possa avere sulle concezioni stesse un effetto stimolante. E poichè è in realtà assai dubbio, per non dire escluso, che il riposo e l'ozio favoriscano la frequenza e la fecondità degli accoppiamenti, rimane la questione del cibo. Riguardo la *quantità*, anche ritenendo provato che il dicembre sia veramente la stagione in cui

(1) G. SORMANI, *La fecondità e la mortalità umana in rapporto alle stagioni e ai climi d'Italia*, Firenze 1870.

(2) F. CORRIDORE, *Denunce ritardate di nascite in Italia ed altri stati*, Roma, 1912.

(3) C. GINI, *Contributi statistici ai problemi dell'Eugenica*, « Riv. Italiana di Sociologia », 1912.

il cibo è più abbondante, rimane da dimostrare che vi sia correlazione positiva fra nutrimento e fertilità. Le esperienze fatte in proposito dimostrano al contrario che l'abbondanza di cibo è piuttosto un fattore di sterilità che di fecondità (1). Quanto alla *qualità* del cibo è del tutto inverosimile che proprio in dicembre intervengano dei mutamenti così importanti nelle sue caratteristiche da ripercuotersi in modo sensibile e costante sulla fecondità.

Del resto il massimo secondario di nascite è notoriamente un fatto generale, che si riscontra anche fra popolazioni urbane, assai meno soggette di quelle rurali ai cambiamenti nell'alimentazione. È mai possibile che il massimo secondario dei concepimenti che noi osserviamo (Tav. XI) fra le classi agiate e ricche di Trieste, derivi dal fatto che in certi mesi queste mangino di più o meglio che in altri? Oltre a ciò noi abbiamo dimostrato che l'epoca del massimo secondario non è fissa, ma può cadere in epoche diverse anche per due gruppi demografici differenti dello stesso paese. Altri elementi contro la teoria che spiega il secondo massimo di concepimenti con cause sociali sono contenuti al cap. II, dove si cerca appunto di dimostrare che l'ondulazione secondaria, quando sussiste, non è altro che una ripercussione della prima; qui aggiungiamo un'osservazione soltanto. Secondo alcuni scrittori il gran numero di concezioni che si verifica in dicembre dipenderebbe da una disposizione d'animo dei coniugi particolarmente favorevole all'estrinsecazione di certi affetti, conseguenza diretta delle feste natalizie (OETTINGEN, MAYR); ma come osservò già P. LIVI (2), se così fosse, dato che le feste natalizie cadono verso la fine dell'anno, l'aumento di nascite non dovrebbe essere limitato al settembre, ma dovrebbe continuare anche in ottobre, mentre di solito non è così. Noi aggiungiamo, che ove i concepimenti di dicembre fossero una conseguenza diretta delle feste natalizie, non si spiegherebbe il massimo secondario in quei paesi dove tali feste non esistono, nè la sua mancanza là dove sono celebrate. La Tav. XXIV mostra che a Trieste, dove le feste natalizie sono festeggiate con solennità da tutte le classi sociali, non vi è nessun rialzo della curva nella 39^a-41^a settimana. Ma d'altro canto è degno di esame il fatto che a Stoccolma ed a Francoforte si osserva un deciso aumento di nascite proprio fra la 38^a e la 40^a settimana, in corrispondenza cioè dei concepimenti della fine d'anno. Il fatto è tanto più notevole in quanto a prima vista sembra togliere molto del suo valore alla nostra ipotesi circa le cause del secondo massimo: in realtà queste circostanze, ungi dal contraddirsi, si completano a vicenda. Infatti noi ci eravamo li-

(1) Si vedano in proposito le osservazioni del GINI, in *Il sesso dal punto di vista statistico*, Palermo, 1908 e le opere ivi citate in copia. Circa le recenti esperienze eseguite da avicultori americani e francesi sul progressivo isterilimento di galline ipernutrite, cfr. p. es. F. HOUSSAY, *Eugénique et régimes alimentaires*, in « Eugénique et sélection », Parigi, Alcan, 1922.

(2) RIDOLFO LIVI, *Le malattie veneree secondo i mesi*, in « Giornale medico del R. Esercito e della R. Marina », 1895.

TABELLA XXIV.

*Nati vivi in ciascuna settimana
fatta = 1000 la media settimanale per tutto l'anno (1).*

Settimana	Franco- forte sul Meno 1910-10	Stoc- colma 1910-19	Trieste 1904 1913		Settimana	Franco- forte sul Meno 1910-10	Stoc- colma 1910-19	Trieste 1914-1913	
			Legit.	Illegit.				Legit.	Illegit.
I	971	1118	974	1083	XXVII	971	992	1009	848
II	988	1029	1041	1039	XXVIII	984	955	994	875
III	990	978	1050	1152	XXIX	1001	955	1037	930
IV	953	985	1141	1169	XXX	1023	978	1054	918
V	994	955	1120	1169	XXXI	973	948	1052	993
VI	1048	970	1053	1104	XXXII	1004	941	1026	989
VII	983	1000	1120	972	XXXIII	1038	941	951	1064
VIII	1116	1029	1085	1197	XXXIV	966	918	1010	1018
IX	1075	1089	1090	1261	XXXV	1015	978	949	1027
X	1049	1044	1063	1056	XXXVI	1000	985	1013	963
XI	1050	1074	1068	1018	XXXVII	976	992	968	949
XII	1050	1037	1083	1161	XXXVIII	1006	1059	926	989
XIII	1013	1037	1102	1104	XXXIX	1036	1059	994	976
XIV	1040	1029	952	958	XL	1017	1007	976	1030
XV	1026	985	1023	848	XLI	992	1007	937	913
XVI	1036	1000	975	989	XLII	950	985	950	879
XVII	1045	978	956	954	XLIII	908	955	897	865
XVIII	1032	1000	942	1047	XLIV	916	955	909	985
XIX	1071	1029	949	835	XLV	935	1022	962	989
XX	1077	948	913	967	XLVI	952	933	944	980
XXI	1041	985	975	1060	XLVII	921	970	898	1056
XXII	1057	1022	914	949	XLVIII	904	978	993	1095
XXIII	1023	1014	961	1035	XLIX	937	970	1026	993
XXIV	957	1089	974	945	L	947	1051	1010	913
XXV	978	1000	1027	954	LI	956	985	981	913
XXVI	985	955	1042	905	LII	1015	1074	1022	1023
					Media sett.	1000	1000	1000	1000

(1) Le cifre per Trieste sono desunte dal lavoro di G. DEL VECCHIO e A. SUICH, *Ricerche sulla periodicità delle nascite*, « Bollettino dell'Ufficio del Lavoro » e della *Statistica di Trieste*, Anno XLVIII n. 1.

mitati a far notare che il numero delle donne effettivamente esposte a concepire è soggetto a variare per effetto delle nascite, e raggiunge un *maximum* nell'ultimo trimestre dell'anno, quando alle spose recenti si aggiungono le donne che hanno avuto un figlio nell'inverno precedente, durante l'epoca di massima frequenza delle nascite, e che allora (8-12 mesi dopo) finiscono quasi tutte di allattare. Senonchè il cresciuto numero delle donne fecondabili è condizione necessaria ma non sufficiente perchè si abbiano molte concezioni, ed affinchè queste abbiano luogo si richiedono altre condizioni, fra cui naturalmente che gli amplessi aumentino o almeno non diminuiscano di frequenza. Ora si può ammettere senz'altro che questo si verifichi anche e specialmente durante le feste natalizie, ed anzi, se ci si consente un'ipotesi che riguarda i fatti più intimi delle famiglie, ci sembra probabile che dall'atmosfera festiva siano maggiormente influenzate le coppie più stagionate che hanno per motto il *semel in mense* o giù di lì, che non le brillanti seguaci del *semel in die*.

Si vede dunque che la nostra ipotesi è più generale delle altre, e permette di spiegare il secondo massimo non solo quando questo si abbia in settembre, ma anche quando cada in altri mesi, mentre la spiegazione del VILLERMÉ e degli scrittori che ne seguirono le orme, si riferisce soltanto ad un caso speciale, quello cioè che sussistano delle feste di fine d'anno e che numerose donne vi giungano senza essere state fecondate prima.

2. — Come abbiamo accennato, le conclusioni del VILLERMÉ furono accettate e spesso ripetute letteralmente da molti degli statistici che si occuparono dopo di lui del problema, come il QUÉTELET nella sua *Fisica sociale*, lo HORN (1854) (1), il WAPPÄUS (1859) (2), il PLOSS (1859) (3), il MAYR (1877) (4), il HAUSHOFER (1882) (5), il BECKER (1892) (6) ed altri. Ci limiteremo perciò ad accennare a quei lavori che contengono qualche elemento nuovo rispetto allo studio fondamentale del VILLERMÉ.

L. MOSER (1839) (7), dopo aver riprodotto i dati del VILLERMÉ per la Francia e quelli del QUÉTELET per l'Olanda, cerca di dimostrare che l'ineguale ripartizione dei matrimoni determinerebbe da sola una così notevole disuguaglianza nella distribuzione delle nascite da rendere difficile l'accelerare un'eventuale influenza del clima. Per giungere a questo risultato il

(1) *Op. cit.*

(2) J. E. WAPPARUS, *Allgemeine Bevölkerungsstatistik*, Lipsia, 1859.

(3) H. PLOSS, *Ueber den Einfluss der Jahreszeiten auf die Häufigkeit der Geburten und auf das Geschlechtsverhältniss der neugeborenen Kinder*, « *Monatsschrift für Geburtskunde* », 1859.

(4) G. MAYR, *Die Gesetzmässigkeit im Gesellschaftsleben*, Monaco, 1877.

(5) U. HAUSHOFER, *Lehr- und Handbuch der Statistik*, Vienna, 1872.

(6) K. BECKER, *Die Jahresschwankungen in der Häufigkeit verschiedener Bevölkerungs- und moralstatistischer Erscheinungen*, « *Allgemeines Statistisches Archiv* ». 1892.

(7) L. MOSER, *Die Gesetze der Lebensdauer*, Berlino 1839.

MOSER suppone che circa 18-19 delle nascite provengano da matrimoni celebrati entro un anno. Divide quindi i nati da una serie di circa 10.000 matrimoni supponendo che i 78 si distribuiscano uniformemente fra i vari mesi, e che 18 risenta della varia distribuzione dei matrimoni. Supponendo che tutte le prime nascite avvengano a 10 mesi dal matrimonio, ottiene una curva ipotetica con un massimo in settembre ed uno in dicembre, completamente diversa cioè delle curve che si osservano in realtà. Ne deduce che nulla si possa dire circa le cause della periodicità delle nascite se prima non si elimini l'influenza dei matrimoni.

Il procedimento del MOSER è viziato da due errori. 1) È arbitrario ammettere una così sensibile dipendenza delle prime nascite dai matrimoni e non ammetterla per le seconde, terze, ecc. O l'influenza è lieve, ed allora può essere limitata alle prime nascite, ma tende a sfuggire all'osservazione: o è forte ed allora deve estendersi anche alle nascite successive. 2) Non è vero che le prime nascite cadano tutte a dieci mesi dal matrimonio: benchè allora si abbia la massima frequenza di prime nascite non si ha in complesso, in quel periodo, che una piccola frazione del totale (confronta la Tav. XVII). Questi errori furono notati già da CRISTOFORO BERNOUILLI (1841) (1) il quale contesta che la maggior parte delle prime nascite si abbia a dieci mesi dalle nozze, ed in seguito da J. E. HORN (1854) (2) che nega l'esistenza di una qualsiasi correlazione fra matrimoni e nascite portando l'esempio dell'Inghilterra dove il massimo di concezioni cade in primavera, mentre il massimo dei matrimoni si verifica in autunno. Della medesima opinione è il WAPPAEUS (1859) (3) che si associa espressamente all'opinione del VILLERMÉ circa l'indipendenza delle nascite dai matrimoni. Invece il MAYR (4) ritiene accertato che nei paesi dove i matrimoni sono frequenti in febbraio, si abbia uno speciale rialzo di nascite in novembre; analogamente il GINI (1912) (6) mette in rilievo la correlazione assai sensibile che nel granducato di Lussemburgo si osserva fra prime nascite e matrimoni di nove mesi prima. Invece il BRESCIANI (1912) (5) con un calcolo analogo a quello del MOSER, ma basato su dati di fatto anzichè sopra ipotesi arbitrarie, dimostra la scarsa dipendenza delle nascite dai matrimoni. Il BRESCIANI partiva dal presupposto che la distribuzione delle prime nascite secondo l'intervallo dal matrimonio fosse indipendente dal mese del matrimonio: in realtà le cose stanno diversamente, come intuiva il VILLERMÉ e come crediamo di aver dimostrato al § 15 (v. specialmente la Tav. XIX). In conclusione si constata il fatto singolare che ciascuna delle opinioni accennate, in apparenza

(1) C. BERNOUILLI, *Handbuch der Populationistik*, Ulm, 1841.

(2) *Op. cit.*

(3) *Op. cit.*

(4) *Op. cit.*

(5) *Op. cit.*

(6) C. BRESCIANI TURRONI, *Studi sulle variazioni stagionali di alcuni fenomeni demografici*. « Annali del seminario giuridico dell'Università di Palermo », 1912.

contrastanti, circa la relazione fra stagionalità dei matrimoni e stagionalità delle nascite, contiene almeno una parte di verità; ma si tratta per lo più di verità particolari, in quanto talune spiegazioni, esatte se riferite ad un determinato aggregato, non valgono più se sono estese ad un altro. Ma è proprio di questa materia di non consentire la formulazione di leggi veramente generali.

3. — Si è già notato come il VILLERMÉ mettesse in rilievo la correlazione intercorrente fra il massimo dei decessi e il minimo dei concepimenti e viceversa. Vari scrittori riprodussero questa osservazione, ma senza specificare la natura del nesso fra i due fenomeni.

È merito del BENINI (1898) (1) di aver tentato di precisare la natura, essenzialmente mediata, del rapporto fra mortalità e natalità. Secondo il B. nell'epoca in cui sono più frequenti i decessi sarebbero meno frequenti i rapporti sessuali fra i coniugi colpiti da lutti famigliari. Questa teoria non va considerata però come una spiegazione generale della periodicità delle nascite, già per il fatto che non sempre la frequenza dei concepimenti è correlata negativamente con la frequenza delle morti, ed anzi il BENINI stesso accenna alle altre circostanze che possono spiegare la periodicità in questione, e richiama fra altro l'attenzione sulle variazioni del numero dei concepimenti prodotte da analoghe variazioni nel numero delle donne esposte a concepire. Di quest'ultima osservazione le nostre indagini sperimentali hanno dimostrato l'esattezza.

Un altro punto toccato già dal VILLERMÉ e dal QUÉTELET e studiato da quasi tutti gli statistici che si occuparono del problema è quello della differente periodicità che presentano le nascite nelle città e nelle campagne. Di questo fatto nessuno diede una vera spiegazione, perchè il dire col VILLERMÉ, col QUÉTELET, con lo HORN e con tanti altri che le oscillazioni della curva sono più forti per le popolazioni rurali, perchè queste risentono maggiormente l'influenza delle stagioni, non è che riproporre il quesito con altre parole. In realtà sembra quasi impossibile spiegare queste differenze senza tener conto degli indici di natalità, diversi sempre per la città e per le campagne circostanti, e delle ripercussioni che questo fatto ha sulla ripartizione dei nati secondo l'ordine, sulla concentrazione della prolificità, e quindi sulla frequenza mensile delle nascite complessive.

Fra gli scrittori che studiarono la natura e le cause della stagionalità delle nascite meritano un cenno speciale il COHNSTEIN (1880) (2) ed il BRESCIANI (1912) (3). Dello studio di quest'ultimo abbiamo parlato estesamente al § 12; vogliamo accennare alla ricerca del primo. Il COHN-

(1) R. BENINI, *Di alcuni punti oscuri della demografia*, «Giornale degli Economisti», Vol. XIII.

(2) COHNSTEIN, *Über Prädisilectionszeiten der Schwangerschaft und Sterilität*, «Archiv für Gynäkologie», 1880-1881.

(3) *Op. cit.*

STEIN afferma che esistono per ciascuna donna delle *Prädilektionszeiten*, cioè epoche specialmente favorevoli alla fecondazione, e cita dalla sua pratica ostetrica vari casi di donne che in seguito ad inseminazione avvenuta in certi mesi o non vennero fecondate o non portarono a termine la gravidanza, mentre in seguito ad inseminazione avvenuta in altri mesi furono fecondate ed ebbero dei parti regolari. Diciamo subito che il contributo del COHNSTEIN è degno di nota per la novità dell'ipotesi che egli propone e per l'importanza che la questione così posta ha per gli studi di eugenica; tuttavia ci sembra che il COHNSTEIN non sia riuscito a dimostrare la sua tesi. La sua ricerca riguarda 521 famiglie dell'almanacco di Gotha che ebbero due o più figli; il C. trova che in 298 casi, e cioè 57,2 volte su 100, due o più bambini erano nati nello stesso mese (di anni diversi), e precisamente trovò incidenza di almeno 2 nascite nello stesso mese nel 13 % di casi, trattandosi di donne con due figli, nel 33,5 % in donne con 3 figli ed in donne con quattro rispettivamente con 5, 6, 7, ed oltre 7 figli 45.5, 55.3, 64.5, 76.0 ed 87.3 volte su cento. Da queste cifre il C. deduce che per ciascuna madre esiste una spiccata tendenza a concepire piuttosto in certi mesi che non in altri. Ma è chiaro che le probabilità determinate dal C. si devono confrontare, prima di trarre qualunque conclusione, con quelle teoriche, calcolate per l'ipotesi che la distribuzione fra i vari mesi dei diversi parti di una stessa madre dipenda esclusivamente dal caso. Vogliamo calcolare queste probabilità e confrontarle con quelle effettive.

Siano n i figli; e sia $1 < n \leq 12$. La probabilità cercata, p_n , sarà data da $1 - q_n$, se con q_n indichiamo la probabilità contraria (*non-incidenza* di nascite nello stesso mese). Vogliamo calcolare tale probabilità. Il numero dei casi possibili è dato dalle disposizioni con ripetizione di 12 elementi ad n ad n ; il numero dei casi favorevoli (*non-incidenza*) è dato dalle disposizioni semplici di 12 elementi ad n ad n .

Sarà quindi

$$q_n = \frac{\binom{12}{n} n!}{12^n}$$

e perciò

$$p_n = 1 - \frac{\binom{12}{n} n!}{12^n}$$

Nel prospetto alla pagina seguente le probabilità teoriche sono messe a confronto con quelle determinate dal COHNSTEIN.

Le probabilità trovate dal COHNSTEIN sono per $n \leq 4$ superiori, e per $n \geq 5$ inferiori a quelle che si avrebbero se l'incidenza di due nascite nello stesso mese dipendesse esclusivamente dal caso. Tenuto conto del piccolo numero delle osservazioni, il divario fra le probabilità teoriche e quelle effettive non ci sembra tale da escludere, data la sua natura e la sua entità, l'ipotesi che l'incidenza o meno di più nascite nello stesso mese dipenda esclusivamente o in gran parte dal caso.

TAV. XXV.

Probabilità che su n nascite vi sia incidenza di almeno due nascite nello stesso mese.

	Probabilità teorica	Probabilità effettiva secondo COHNSTEIN
$n = 2$	0,08333	0,130
$n = 3$	0,23611	0,335
$n = 4$	0,42708	0,445
$n = 5$	0,61805	0,553
$n = 6$	0,77720	0,645
$n = 7$	0,88860	0,760
$n = 8$	0,95358	0,873
$n = 9$	0,98453	
$n = 10$	0,99613	
$n = 11$	0,99935	
$n = 12$	0,99995	

Il BOLDRINI (1), in base ad una ricerca analoga a quella del COHNSTEIN, ma condotto con un metodo fondato sul calcolo della probabilità, conclude pure che « c'è una tendenza delle singole donne a concepire in un periodo dell'anno per ciascuna determinato ». Senza discutere gli argomenti ed i dati del BOLDRINI, vogliamo tuttavia accennare ad un'obiezione che egli stesso solleva: « ... Data la lunghezza del puerperio e dell'allattamento, l'organismo muliebri non riacquista il suo stato funzionale *ante partum* se non circa un anno oppure 18 mesi dopo il concepimento. Ciò non prima dello stesso mese in cui il primo figlio fu generato si verificano le condizioni più opportune perchè una seconda fecondazione possa aver luogo, e questo produce un aumento nella probabilità che i vari fratelli nascano nello stesso mese ». Il BOLDRINI cerca di togliere importanza a questa obiezione mostrando che, in una seriazione di nascite classificate secondo l'intervallo della nascita precedente, l'intervallo *normale* non è di 12-13 mesi, ma bensì di 24; il che significa che appena dopo un periodo di circa 12 mesi dal parto la maggior parte delle donne è ritornata in condizioni fisiologiche normali, e l'obiezione anzidetta perde con ciò molto del suo valore.

Ma noi non crediamo accettabili i dati del DRAGO (2) su cui il B. si basa: si tratta di 6000 nascite (Catania), che danno luogo ad una seriazione del tutto diversa da quelle ottenute per la Sassonia dal WÜRZBURGER (Cfr.

(1) M. BOLDRINI, *L'epoca di generazione*. « Rivista di Antropologia ». Vol. XXIII (1919).

(2) U. DRAGO, *La fecondità in rapporto alla distanza dei parti*, « Rivista italiana di Sociologia », 1913.

§ 7) e riguardanti circa 400 mila nascite, per le quali l'*intervallo normale* si aggira intorno ai 15 mesi. Se dunque ci basiamo sui dati del WÜRZBURGER anzichè su quelli del DRAGO, l'obiezione citata riacquista tutto il suo valore.

4. — L'elenco degli autori che ricercarono le cause della periodicità delle nascite non si può dire con ciò finito, nè ci illudiamo di poterlo completare, poichè notizie certamente importanti sull'argomento si trovano sparse in pubblicazioni pertinenti a svariate discipline e stampate in ogni parte del globo. Accenneremo ancora allo studio di HAWELock ELLIS (1897) (1) sulla periodicità sessuale, ricco di interessanti notizie e di citazioni, ma alquanto confuso e non molto persuasivo, come avviene spesso per le opere che vogliono studiare fenomeni quantitativi senza l'ausilio della statistica. Non vanno passate poi sotto silenzio le acute osservazioni del WESTERMARCK (1891) (2) sull'esistenza presso i nostri progenitori di una stagione degli amori, di cui rimarrebbe la traccia nel persistere della periodicità delle nascite.

Di questo speciale problema si occupò di proposito il GRÜNSPAN (1910) (3) che nel suo articolo *Hat der Mensch eine Paarungszeit?* viene alla conclusione che l'esistenza di una stagione destinata alla riproduzione appare assai dubbia, tanto più che l'epoca in cui sono più frequenti le nascite non è quella in cui la probabilità di sopravvivenza dei neonati è massima, cosicchè mancherebbe anche il legame teleologico fra l'epoca della riproduzione e l'epoca più favorevole per la conservazione della prole (4).

Dell'influenza del mese di nascita sulle probabilità di sopravvivenza e sulle caratteristiche fisiche e morali degli individui si occupano pure alcuni studiosi: le ricerche più complete sull'argomento sono quelle del GINI (1912), i cui *Contributi statistici ai problemi dell'Eugenica* hanno posto sulla via della soluzione più di un problema particolare. Successivamente si occupò dell'argomento anche il BOLDRINI (1916) (5) che studiò l'influenza del mese di nascita sulla longevità, sul perimetro toracico, sull'altezza ecc. Trattandosi di ricerche sugli effetti e non sulle cause della periodicità delle nascite e che quindi esorbitano dal nostro tema, non ne discorriamo più a lungo, per quanto sia nostro convincimento che sia questo un campo d'indagini assai fecondo.

Accenniamo infine ad un problema strettamente connesso con quello che ci riguarda, e cioè quello delle denunce ritardate. Dell'argomento si occu-

(1) HAWELock ELLIS, *I fenomeni della periodicità sessuale*, in *Psicologia del sesso*, trad. di C. del Soldato, Palermo ecc. 1913.

(2) M. WESTERMARCK, *The history of human marriage*, Londra, 1891.

(3) A. GRÜNSPAN, *Hat der Mensch eine Paarungszeit?* «Archiv für Rassen-und Gesellschafts-Biologie», 1910.

(4) Nell'Appendice C. è spiegato in quale senso noi ammettiamo invece l'esistenza di una «stagione degli amori».

(5) M. BOLDRINI, *Intorno all'influenza del mese di nascita*. «Rivista Ital. di Sociologia», 1916.

pano le classiche monografie del BENINI (1) ed il diligente studio del CORRIDORE (3). Non discutiamo il fatto, che è tanto certo da essere usualmente citato come esempio tipico di perturbazione volontaria di una rilevazione statistica: riteniamo tuttavia che si debba andare cauti nel dare a questo fenomeno regionale una patria più ampia di quella che gli spetta. L'avvalimento che la curva della natalità presenta in dicembre non è un fenomeno meno generale dei massimi di febbraio e di settembre fra i quali viene a trovarsi; ed è evidente che questa circostanza tende ad esagerare il fenomeno là dove il minimo di dicembre sarebbe di per sè assai marcato. Crediamo quindi che sia prudente giudicare dell'esistenza o meno del ritardo nelle denunce soltanto in base al rapporto fra i sessi e non anche dalla proporzione fra il numero dei nati in dicembre e quello dei nati in gennaio.

APPENDICE B

Sul modo di calcolare il numero delle donne esposte a concepire.

I dati della Tav. IV (§ 6) che mostrano il numero delle donne esposte a concepire in principio di ciascun mese, furono determinati nel modo seguente. Come punto di partenza fu preso il censimento del 31 dicembre 1910, da cui fu ricavato il numero delle donne coniugate aventi meno di 45 anni. Da questo numero fu sottratto un numero equivalente a tutte le donne non esposte a concepire perchè già incinte o non ancora mestruali dopo un parto o un aborto.

Premettiamo che in una donna che abbia abortito o che abbia avuto un parto non seguito da allattamento, viene a mancare generalmente una sola mestruazione; mentre nelle donne che allattano i loro nati le mestruazioni rimangono assenti per un periodo più lungo che dipende dalla durata dell'allattamento e da varie altre circostanze.

In mancanza di statistiche in argomento, ammettiamo che le mestruazioni riappaiano in media dopo quattro mesi dal parto (3).

(1) R. BENINI, *Le denunce ritardate di nascite in alcuni compartimenti italiani*. « Rendiconti della R. Acc. dei Lincei », Vol. XIX; ID. *Sulle date di nascita diffe-
rite in frode alla legge*, Roma 1914.

(2) *Op. cit.*

(3) Il Prof. GINI ha eseguito in proposito il calcolo dell'intervallo medio fra il concepimento e il momento in cui la madre è nuovamente disponibile per la generazione. Tenendo conto degli aborti e della mortalità, tale intervallo sarebbe, per l'Italia, di circa 15 periodi mestruali in media; l'intervallo medio fra il parto ed il momento in cui la madre è nuovamente fecondabile sarebbe così di 5 periodi mestruali, ossia di circa 140 giorni. Riducendo tale intervallo a 4 mesi, per tener conto della notevole frequenza dell'allattamento artificiale che si ha a Trieste crediamo di non esserci allontanati troppo dalla realtà.

Ciò premesso, se designamo con D_x il numero delle donne non fecondabili all'epoca del censimento che si suppone avvenuto alla fine del mese x , sarà

$$[I] \quad D_x = \sum_{i=x-3}^{i-x+9} n_i + \sum_{i=x-1}^{i-x+4} 0.2 n_i$$

dove n è il numero complessivo dei nati legittimi nel mese i . La seconda sommatoria sta ad indicare gli aborti, che ammettiamo essere il 20% dei nati vivi e morti (1), ed essere espressi in media alla fine del 4° mese (2).

Al censimento del 31 dicembre 1910 le donne coniugate di età inferiore ai 45 anni erano 28536; per D_x si ottiene 6933; la differenza, 21603, è il numero delle donne esposte a concepire in matrimonio al 31 dicembre 1910.

È facile ora calcolare approssimativamente il numero delle donne esposte a concepire in matrimonio al principio di ciascuno dei mesi successivi. Al 1° febbraio 1911 esso sarà uguale a 21603, più tutte le donne diventate fecondabili in matrimonio durante il mese di gennaio, meno tutte quelle che cessarono di esserlo durante il mese stesso. In generale il numero delle donne esposte a concepire al principio di un mese qualunque ξ , (E_ξ), sarà dato dall'espressione

$$[II] \quad E_\xi = E_{\xi-1} + a_{\xi-1} + n_{\xi-4} - (b_{\xi-1} + n_{\xi+9} + c_{\xi-1} + d_{\xi-1})$$

dove n_ξ è il totale delle nascite legittime durante il mese ξ ed il significato degli altri simboli è il seguente:

$a_{\xi-1}$ = donne in età feconda passate a nozze durante il mese $\xi-1$

$b_{\xi-1}$ = donne coniugate in età feconda morte durante il mese $\xi-1$

$c_{\xi-1}$ = » » » » rimaste vedove durante il mese $\xi-1$

$d_{\xi-1}$ = donne coniugate uscite dall'età feconda durante il mese $\xi-1$

Poichè $d_{\xi-1}$ non si può rilevare direttamente, lo abbiamo fatto uguale, in tutti i mesi, al numero delle donne coniugate di 45-46 anni censite al 31 dicembre 1910, diviso per 12; quindi $\frac{1225}{12} = 102,1$.

Le variazioni stagionali di E sono assai piccole in rapporto al suo ammontare, e ciò per il fatto, già accennato nel testo, che solo una frazione delle donne « statisticamente » esposte a concepire prende parte in realtà alla generazione. Per rendere meno grave questo inconveniente abbiamo ripetuto il calcolo per le sole donne di età inferiore ai 30 anni, di cui certamente una maggior percentuale è attiva nella generazione. Naturalmente, nell'applicare la [II] si è tenuto conto dei soli nati da donne di età inferiore ai 30 anni, ed analoghe modificazioni furono introdotte per gli altri

(1) Seguiamo in ciò il GINI, *Nuove ricerche sulla fecondabilità*, ecc.

(2) È opportuno supporre piuttosto bassa l'età media degli aborti, per tener conto degli aborti nei primi mesi, che devono essere assai frequenti.

elementi del calcolo. Il diagramma 1 si riferisce alle sole coniugate di età inferiore ai 30 anni.

Avvertiamo da ultimo che si sono considerate come esposte a concepire dal momento del matrimonio in poi tutte le donne indistintamente, mentre in realtà molte di esse, essendo già incinte, non diventano col matrimonio esposte a concepire. Ma l'inesattezza non è grave, poichè l'errore in più che così si commette si può ritenere compensato dall'errore in meno che deriva dal sottrarre dal complesso delle donne esposte a concepire in matrimonio in un dato momento tutti i concepimenti corrispondenti alle nascite di 9 mesi dopo, mentre una parte di tali concepimenti è avvenuta quando le relative donne non erano ancora coniugate.

APPENDICE C.

Sulle variazioni della stagionalità delle nascite per effetto di un cambiamento nella lunghezza dell'intervallo normale fra due parti.

1. — Si abbia una serie $B^{(1)}$ ($b_1^{(1)}$, $b_2^{(1)}$, $b_3^{(1)}$ $b_{2m_1+1}^{(1)}$) di nascite, distribuite fra $2m+1$ mesi proporzionalmente ai coefficienti del binomio $(p+q)^{2m}$; il termine generico avrà la forma:

$$[I] \quad b_i^{(1)} = \frac{S^{(1)}}{2^{2m_1}} \binom{2m_1}{i-1}$$

$$\text{essendo} \quad S^{(1)} = \sum_1^{2m_1+1} b_i^{(1)}$$

Se $\frac{1}{k}$ è la probabilità media, per una donna che ha avuto un parto, di averne dopo α mesi uno d'ordine successivo, il totale delle successive ($B^{(2)}$, $B^{(3)}$. . . $B^{(n)}$) nascite che provengono da quello stesso gruppo di donne da cui provengono le nascite della prima serie ($B^{(1)}$) sarà in generale

$$[II] \quad B^{(n)} = \frac{S^{(1)}}{k^n - 1}$$

Va notato che ciascun gruppo di nascite, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, ecc. può comprendere nati di ordine diverso, con ciò però che se p. es. $B^{(1)}$ comprendeva prime e seconde nascite, $B^{(2)}$ comprenderà soltanto seconde e terze, $B^{(3)}$ terze e quarte nascite, e così via.

Se l'intervallo α fra due nascite d'ordine successivo fosse unico ed invariabile, le serie $B^{(2)}$, $B^{(3)}$ ecc., si scomporrebbero, analogamente a $B^{(1)}$, sempre in $2m+1$ termini, e formerebbero altrettanti poligoni di frequenza

di base costante $(2m + 1)$ e di altezza decrescente col crescere di n . Il termine generico dell'ennesimo poligono sarebbe cioè:

$$[III] \quad b_i^{(n)} = \frac{S^{(1)}}{2^{2m} k^{n-1}} \binom{2m}{i-1}$$

Supponiamo ora che l'intervallo fra due nascite successive possa variare e sia uguale ad $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m_2}, \alpha_{2m_2+1}$, dove α è sempre un numero intero, e rappresenta mesi. Prendiamo ora un sottogruppo $b_i^{(1)}$ di nascite, ed osserviamo che cosa avverrà ad α_1, α_2 , ecc., mesi di distanza. Le nascite d'ordine successivo provenienti dalle stesse madri da cui proveniva il gruppo $b_i^{(1)}$ di nascite, non avverranno tutte nello stesso mese, come nell'ipotesi di un intervallo unico, ma si scomporranno in $2m_2 + 1$ gruppi.

Ammettiamo che per α_{m_2+1} sia massima la frequenza di nascite della serie $B^{(2)}$, e che a ciascun α corrisponda una frequenza di nascite proporzionali ai coefficienti del binomio $(p + q)^{2m_2}$.

Allora ciascun gruppo mensile di nascite della prima serie si scomporrà in una nuova serie simmetrica, con la massima frequenza di nascite in corrispondenza dell'intervallo $\alpha_{m_2} + 1$; sommando insieme tutte le nuove serie, in modo che al posto di un termine della serie generatrice si trovi sempre il termine centrale della serie derivata, si otterrà una nuova serie di $2(m_1 + m_2) + 1$ termini.

In generale ripetendosi per la serie $B^{(3)}, B^{(4)} \dots B^{(n)}$ le medesime premesse, si avranno delle serie con numero di termini sempre crescente. Se infatti la prima serie $B^{(1)}$ aveva $2m_1 + 1$ termini, la seconda serie ne avrà $2(m_1 + m_2) + 1$, la terza $2(m_1 + m_2 + m_3) + 1 \dots$; l'ennesima $2 \sum_{r=1}^n m_r + 1$. Il termine generale della serie $B^{(n)}$ sarà:

$$[IV] \quad b_i^{(n)} = \frac{S^{(1)}}{k^{n-1} \cdot 2 \sum_{r=1}^n m_r} \binom{2 \sum_{r=1}^n m_r}{i-1}$$

Per il caso speciale che sia $m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n = m$, la [IV] diventa:

$$[V] \quad b_i^{(n)} = \frac{S^{(1)}}{k^{n-1} \cdot 2^{2mn}} \binom{2mn}{i-1}$$

2. — Si è veduto al § 8 che sopra 100 donne che hanno avuto un parto d'ordine qualunque, in media 80 circa nella Bulgaria e 70 circa nella Nuova Zelanda hanno un parto d'ordine successivo. Per avvicinarci di più alle condizioni dei paesi aventi bassa natalità, riduciamo queste cifre al 60% in cifra tonda; otteniamo dunque per $\frac{1}{k}$ il valore 0,6. Se quindi le nascite

della prima serie ($B^{(1)}$) erano in complesso p. es. 1000, le nascite della seconda serie B^2 saranno 600, quelle della terza B^3 360, quelle della quarta $B^{(4)}$ 216 e così via.

Ammettiamo ora, proseguendo nell'esempio, che m (cioè il numero dei mesi durante i quali avvengono le B_i nascite) sia uguale a 5. Allora, tenendo conto di quanto si è detto, ed applicando la [V], le 1000 nascite della prima serie, le 600 nascite della seconda, le 360 nascite della terza serie ecc., risulteranno ripartite nel modo seguente:

$B^{(1)}$	62,5	250,0	375,0	250,0	62,5					
$B^{(2)}$	2,3	18,7	65,6	131,3	164,2	131,3	65,6			
$B^{(3)}$	0,8	1,0	5,8	19,3	43,4	69,6	80,2	69,6		
$B^{(4)}$	0,003	0,057	0,34	1,80	6,03	14,42	26,4	26,4	37,7	42,5 . . .

Per semplificare al massimo l'esempio, consideriamo soltanto le prime quattro serie di nascite. Avremo quindi in tutto $1000 + 600 + 360 + 216 = 2176$ nascite.

Come saranno ripartite tali nascite nei singoli mesi dell'anno (considerando come avvenute nello stesso mese anche le nascite avvenute in mesi di ugual nome di anni diversi) se sia noto l'intervallo medio (α) fra due nascite d'ordine successivo?

La Tavola seguente risponde alla domanda nell'ipotesi che l'intervallo sia di 13 (ovvero 25, o 37, o 49, ecc.) mesi, e che la massima frequenza di nascite della serie $B^{(1)}$ si abbia in febbraio. Per non ingombrare di cifre la tabella sono stati omessi i termini inferiori all'unità, ed eseguite le lievi correzioni necessarie a mantenere invariati i totali.

TAV. XXVI.

$\alpha = 13$ (ovvero 25, 37, 49, . . . ecc.)

Mese	$B^{(1)}$	$B^{(2)}$	$B^{(3)}$	$B^{(4)}$	Totale
Gennaio . .	250,0	65,6	19,3	6,1	341,0
Febbraio . .	375,0	131,3	43,4	14,4	564,1
Marzo . .	250,0	164,2	69,6	26,4	510,2
Aprile . .	62,5	131,3	80,2	37,7	311,7
Maggio . .	—	65,6	69,6	42,4	177,6
Giugno . .	—	18,7	43,4	37,7	99,8
Luglio . .	—	2,3	19,3	26,4	48,0
Agosto . .	—	—	5,8	14,4	20,2
Settembre .	—	—	1,8	6,1	7,9
Ottobre . .	—	—	—	2,2	2,2
Novembre .	—	2,3	1,8	—	4,1
Dicembre .	62,5	18,7	5,8	2,2	89,2
Anno . . .	1000,0	600,0	360,0	216,0	2176,0

I calcoli che precedono hanno, come si è avvertito, uno scopo puramente esemplificativo; ma per quanto le ipotesi su cui si basano siano in parte arbitrarie, se ne può trarre tuttavia qualche conclusione interessante.

Per quanto riguarda la limitazione del calcolo a sole quattro serie successive di nascite essa trova la sua giustificazione nel fatto che le nascite della serie B^5 non rappresentano che il 13 % delle nascite della prima

Diagramma 7.

α = intervallo normale fra due nascite successive (mesi).

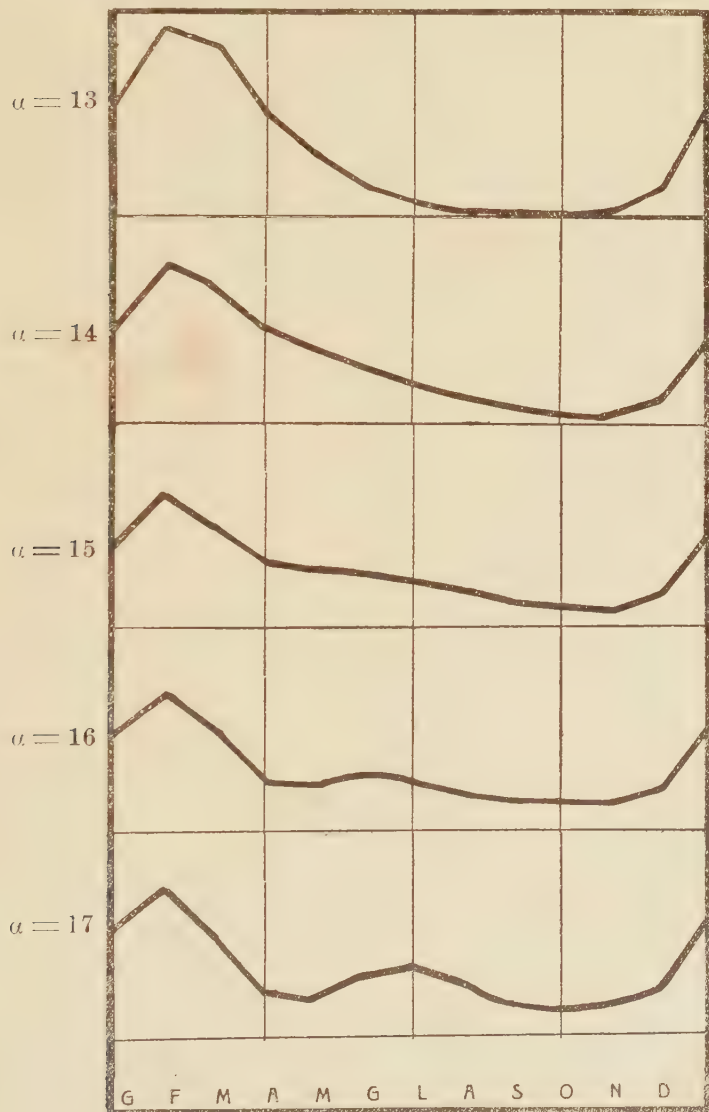
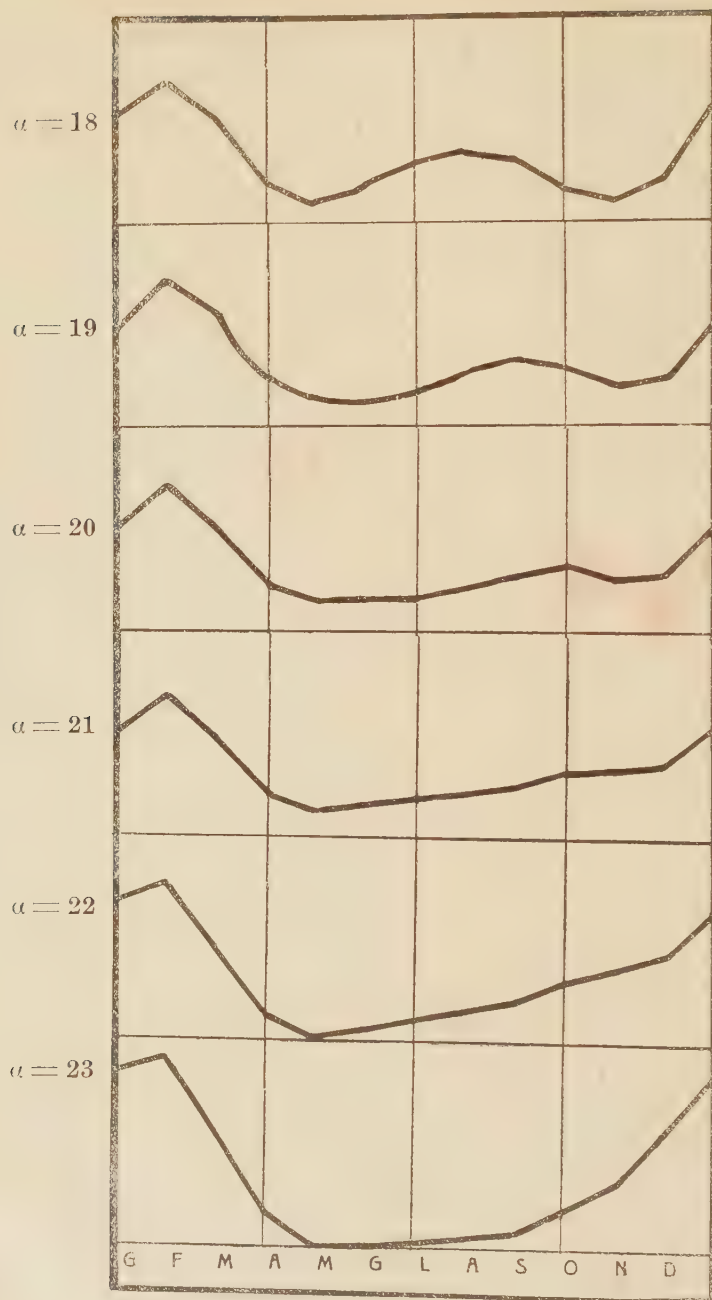


Diagramma 7 — *Continuazione.*

serie r , quelle della serie B^6 il 7,8 % ed i successivi gruppi di nascite delle quantità che praticamente equivalgono a zero.

Neppure è del tutto arbitraria l'ipotesi che, data una frequenza massima di nascite di una certa serie $B^{(n)}$ ad una distanza di $\alpha_s - 1, s$ mesi dal mese della massima frequenza di nascite della serie precedente $B^{(n-1)}$ la frequenza delle nascite decresca, quando ci si scosti dall'intervallo normale $\alpha - 1, s$, allo stesso modo come le coordinate di un poligono di frequenza rispetto all'ordinata massima: basta infatti osservare le Tav. VI e VII al § 7. Soltanto nella realtà la frequenza di nascite intorno all'intervallo normale non segue una curva simmetrica, ma asimmetrica, la quale corrisponde ai termini di sviluppo di un binomio in cui $p > q$, anzichè $p = q$, come noi per semplicità abbiamo ammesso.

Infine il procedimento di aver costruito delle curve raffiguranti la periodicità annuale delle nascite, tenendo conto di un solo gruppo di madri (infatti le nascite della serie $B^{(1)}$, $B^{(2)}$ ecc. provengono tutte dalle stesse madri) è perfettamente logico, poichè se esistono delle cause per cui i concepimenti corrispondenti alle $B^{(1)}$ nascite si distribuiscono in un dato modo intorno ad un certo mese, queste cause dovranno agire anche per tutti i concepimenti posteriori di altri gruppi di madri, e la curva annuale non ne risulterà modificata. E poichè noi riteniamo accertato (§ 20) che la probabilità di concepimento cresca e decresca quasi simmetricamente nei mesi precedenti e susseguenti a quello in cui tale probabilità è massima, l'arbitrio si riduce all'aver scelto come espressione di tale simmetria un poligono di frequenza simmetrico, ossia una forma di distribuzione che, qualora al posto di dati mensili si possedessero numerosi ed attendibili dati giornalieri, si avvicinerebbe ad una curva normale di errori. Il fatto poi di aver scelto per $\frac{1}{k}$ un valore arbitrario (0.6) non può aver influito sul tipo delle varie curve, ma soltanto sull'ampiezza delle loro oscillazioni.

Ma l'aspetto stesso di queste curve, quale apparisce dai diagrammi, attesta nel modo migliore che le nostre ipotesi erano fondate, e che l'arbitrio deve esser stato contenuto entro limiti ragionevoli, poichè tutti i tipi di curve empiriche che si osservano nelle popolazioni più diverse si possono ricondurre al tipo dell'una o dell'altra di tali curve teoriche.

In conclusione il fenomeno della periodicità stagionale delle nascite, eliminate influenze particolari come la stagionalità dei matrimoni e delle migrazioni, può essere raffigurato come un fenomeno di dispersione in senso lato: dispersione di concepimenti intorno al tempo della massima probabilità di concepimento; dispersione degli ulteriori concepimenti di quelle madri che concepiscono una volta intorno all'epoca della massima probabilità, intorno all'epoca corrispondente all'intervallo più probabile fra due nascite di ordine successivo. Per queste ragioni, e con tutte le riserve derivanti dall'aver esteso il concetto di dispersione oltre il suo rigoroso significato matematico, alla domanda, se esista per la specie umana una « stagione degli amori » crediamo di poter dare risposta affermativa.

APPENDICE D.

Miscellanea.

1. — La Tav. XXVIII mostra che l'intervallo medio fra due nascite aumenta abbastanza regolarmente col crescere della durata del matrimonio.

Rimane dunque celata la circostanza esaminata al § 7 che fra le nascite di ordine molto elevato l'intervallo medio fra due nascite può essere minore che fra le nascite di ordine intermedio o basso. Ma non potrebbe essere altrimenti, tenuto presente che fra i matrimoni di uguale durata quelli che danno luogo a nascite di ordine molto elevato sono una frazione assai piccola, e quanto maggiore è la durata media di un gruppo di matrimoni, tanto più numerosi devono essere quelli che non danno più figli.

2. — La Tav. XI (§ 11) contiene dei dati relativi ai *quartieri ricchi* ed ai *quartieri poveri* di Trieste. I criteri con cui furono scelte le zone abitate da popolazioni con caratteristiche economico-demografiche opposte sono i seguenti :

Il Comune di Trieste venne diviso dalla legge 1/4/1882 in 6 distretti urbani (I, *San Vito*; II, *Città Vecchia*; III, *Città Nuova*; IV, *Barriera Nuova*; V, *Barriera Vecchia*; VI, *San Giacomo*), 6 distretti suburbani e due distretti rurali. I distretti rurali comprendono 7 villaggi dell'altipiano aventi uno spiccato carattere agricolo; dei distretti suburbani nessuno possiede una fisionomia propria, poichè quasi tutti presentano nella parte confinante coi distretti urbani aspetto cittadino, con case pigionali, villini, ecc., mentre nella parte confinante coll'altipiano sono coperti da campi e boschi, e da case sparse d'aspetto rurale. Dal punto di vista demografico, i distretti suburbani sono poco omogenei, perchè albergano generalmente famiglie poverissime abitanti in grandi edifici pigionali, accanto a famiglie povere abitanti in casette con annesso campicello, ed a famiglie di media ed agiata condizione abitanti in case pigionali moderne o in villini. Dei distretti urbani si può dire invece che, eccettuati forse il I ed il V, presentano ciascuno una fisionomia propria sia dal punto di vista topografico ed edilizio che da quello demografico. *Città Nuova* (III) e *Barriera Nuova* (I) sorgono nella parte piana della città, possiedono vie ampie e regolari e case prevalentemente moderne occupate da uffici e da famiglie agiate e ricche; il V^o distretto sorge parte in piano e parte in collina, ed ha nella parte confinante col III^o e col IV^o distretto aspetto di quartiere abbastanza ricco, mentre nella parte confinante col VI^o distretto ha tutte le caratteristiche di un quartiere povero. Il distretto di S. Vito include le case più signorili, ma anche alcuni degli isolati più miseri della città. Il I^o ed il V^o distretto hanno dunque carattere misto. Infine il II^o ed il VI^o distretto, questo in zona eccentrica e collinosa, quello in zona centrale, ma accidentata, con costruzioni vecchie e vie strettissime, sono abitati quasi esclusivamente da famiglie povere e poverissime.

TAV. XXVIII.

Numero medio dei figli per matrimonio in Norvegia al 1-12-1920.

<i>a</i> Durata del matrimonio $x, x+1$	<i>b</i> N. medio dei figli per matrimonio (censiti)	<i>c</i> * Figli premorti in età $x, x+1$	<i>d</i> * Totale dei figli fino all'età $x+1$	<i>b+d</i> N. medio dei figli per matrimonio (compresi i figli premorti) (calo.)	Un figlio ogni... mesi
0-1 anno	0,45	0,0286	0,0286	0,48	29
1-2 anni	0,83	0,0042	0,0328	0,86	
2-3 »	1,13	0,0022	0,0350	1,16	
3-4 »	1,48	0,0019	0,0369	1,52	
4-5 »	1,78	0,0013	0,0382	1,42	
5-6 »	2,05	0,0010	0,0392	2,09	34
6-7 »	2,32	0,0009	0,0401	2,36	
7-8 »	2,53	0,0006	0,0407	2,57	
8-9 »	2,78	0,0007	0,0414	2,82	
9-10 »	3,04	0,0007	0,0421	3,08	
10-11 »	3,22	0,0005	0,0426	3,26	38
11-12 »	3,49	0,0007	0,0433	3,53	
12-13 »	3,69	0,0006	0,0438	3,73	
13-14 »	3,89	0,0006	0,0444	3,93	
14-15 »	4,09	0,0007	0,0451	4,13	
15-16 »	4,28	0,0009	0,0460	4,33	43
16-17 »	4,52	0,0012	0,0472	4,57	
17-18 »	4,62	0,0006	0,0478	4,67	
18-19 »	4,81	0,0013	0,0491	4,86	
19-20 »	4,92	0,0008	0,0499	4,97	
20-21 »	5,09	0,0013	0,0512	5,14	47
21-22 »	5,19	0,0008	0,0520	5,24	
22-23 »	5,27	0,0004	0,0524	5,32	
23-24 »	5,32	0,0011	0,0535	5,37	
24-25 »	5,45	0,0011	0,0546	5,50	
25-26 »	5,58	0,0001	0,0547	5,63	52
26-27 »	5,59	0,0004	0,0551	5,65	
27-28 »	5,64	0,0001	0,0552	5,70	
28-29 »	5,65	0,0003	0,0555	5,71	
29-30 »	5,71	0,0000	0,0555	5,77	
30-31 »	5,71	0,0014	0,0569	5,77	57
31-32 »	5,89	—	—	—	
32-33 »	5,88	—	—	—	
più di 33 »	6,39	—	—	—	

* Calcolati in base alla Tavola di sopravvivenza per la Norvegia 1911-12 — 1920-21.

La tavola seguente riassume i principali indici demografici, calcolati per i diversi quartieri urbani allo scopo di mostrare le caratteristiche di ciascuno: ne apparisce chiaramente la ragione per cui abbiamo considerato come quartieri ricchi il III^o ed il IV^o (aventi assieme circa 47 mila abitanti) e come poveri il II^o ed il VI^o, con 60 mila ab. circa (1921).

TAV. XXIX. — *I distretti urbani di Trieste graduati secondo:*

Natalità (1)	Addensamento (2)	Mortalità inf. (3)	Analfabetismo (4)	Voti comunisti (5)
S. Giac. (191)	S. Giac. (1394)	S. Giac. (62,4)	S. Giac. (188)	S. Giac. (33,0)
Barr. v. (126)	Città v. (1146)	Barr. v. (52,3)	Città v. (134)	Città v. (13,5)
Città v. (116)	Barr. v. (840)	Città v. (41,0)	Barr. v. (111)	Barr. v. (12,9)
Barr. n. (91)	Barr. n. (600)	Città n. (29,5)	S. Vito (84)	S. Vito (11,9)
S. Vito (89)	Città n. (403)	S. Vito (29,2)	Città n. (66)	Barr. n. (6,8)
Città n. (71)	S. Vito (352)	Barr. n. (24,2)	Barr. n. (65)	Città n. (4,6)

(1) Nati su 1000 donne dai 15 ai 45 anni (1902-1904).

(2) Abitanti per ettaro di superficie coperta da fabbricati e loro accessori (1910).

(3) Bambini di 0-2 anni morti per enterite e diarrea, su 1000 bambini della stessa età (1902-03).

(4) Analfabeti su 100 abitanti di oltre 6 anni (1900).

(5) Voti riportati dal capolista comunista, su 100 voti riportati dal capilista di tutti i partiti (*Elez. amministrative 1921*).

3. — Come si è accennato al § 23, sembra che la fecondabilità della donna sia massima subito dopo la fine della mestruazione. Agli argomenti addotti in proposito da vari autori (HOENE, HENSEN) crediamo si possa aggiungere anche il seguente.

Si supponga noto, per un certo numero di donne, tanto l'intervallo fra ultima mestruazione e parto, quanto l'intervallo fra inseminazione e parto (1). Sarebbe facile determinare in questo caso l'intervallo medio, normale ecc. fra ultima mestruazione e inseminazione. Senonchè, mentre è abbastanza facile stabilire la data dell'ultima mestruazione, è molto più difficile, ed assai spesso impossibile, precisare il giorno dell'inseminazione. KNIBBS (2), basandosi sopra le osservazioni di vari autori, comprendenti 51 casi in cui la data del coito potè essere stabilita in modo certo, ottiene un intervallo *normale* di 274,64 giorni, ed un intervallo *medio* di 276,5 fra inseminazione e parto.

(1) Come punto di partenza per la misurazione della durata della gravidanza si possono prendere tre momenti: a) la fine dell'ultima mestruazione b) l'inseminazione c) la concezione. Come è noto, allo stato attuale della scienza è impossibile determinare il momento della concezione, che può essere posteriore anche di intere giornate a quello dell'inseminazione.

(2) *Op. cit.*, pag. 277.

Tav. XXX.

*Frequenza relativa delle nascite a differenti intervalli dall'ultima
mestruazione (a) o dall'inseminazione (b).*

Durata della gravidanza in giorni	Autore	
	(a) REID e HANNES 1875 casi	(b) VARI 51 casi
241-250	41	?
251-260	44	20
261-270	140	210
271-280	329	510
281-290	268	160
291-300	109	100
301-310	41	?
311-320	18	?
321-330	10	?
Totale	1000	1000
Durata media . .	278,8	276,5
Durata normale .	277,6	274,6

Il KNIBBS riporta altresì i risultati ottenuti da REID e HANNES sopra un complesso di 1375 casi, che egli classifica secondo la lunghezza dell'intervallo fra ultima mestruazione e parto. L'intervallo normale risulta, per queste osservazioni, di 277.58 giorni, e l'intervallo medio di 278.8. Ma non dobbiamo dimenticare che le 1375 osservazioni di REID e HANNES da un lato, e le 51 fatte da autori vari dall'altro, provengono da gruppi diversi di donne, sicchè a rigore non si potrebbe stabilire alcun confronto fra i valori medi delle due serie di osservazioni. Tuttavia non crediamo di commettere un grave errore ammettendo che tanto il primo quanto il secondo gruppo di osservazioni si riferiscano a «gruppi scelti a caso» nella massa della popolazione femminile: e con questa premessa il confronto fra le coppie di valori medi ridiventa possibile. Facendo allora la differenza fra la durata della gravidanza misurata dall'ultima mestruazione, e la durata della gravidanza misurata dall'inseminazione, si ottiene un intervallo medio di 2.3 giorni ed un intervallo normale di 2.94 giorni fra ultima mestruazione ed inseminazione. La fecondazione avverrebbe dunque di regola entro i primissimi giorni dopo la mestruazione. Questo non è tuttavia, si noti bene, un argomento decisivo in favore della maggiore fecondabilità delle donne in quei giorni, essendo più che probabile che proprio allora si abbia la massima frequenza di amplessi, conseguenza diretta dell'astinenza imposta nei giorni precedenti dalle condizioni speciali della donna.

JAKOB LESTSCHINSKY.

Probleme der Bevölkerungs-Bewegung bei den Juden.

INHALTSVERZEICHNIS.

Vorwort.

- A) Die demographischen und sozialen Besonderheiten der Juden: KAPITEL I. - Einleitung — KAPITEL II. - Geschlechts- und Altersaufbau — KAPITEL III. - Berufliche Gliederung und soziale Schichtung.
- B) Die Bevölkerungsbewegung bei den Juden in verschiedenen Ländern und Städten: KAPITEL IV. - Preussen und einige deutsche Grossstädte — KAPITEL V. - Amsterdam, Wien, Triest, Padua — KAPITEL VI. - Westjuden und Ostjuden — KAPITEL VII. - Ungarn und Budapest — KAPITEL VIII. - Rumänien und Bulgarien; Warschau und Lodz — KAPITEL IX. - Russland — KAPITEL X - Russland (Fortsetzung) — KAPITEL XI. - Russland (Schluss) — KAPITEL XII. - Einwanderungsländer (Vereinigte Staaten, England, Palästina).
- C) Die Hauptfaktoren der Sterblichkeit bei den Juden: KAPITEL XIII. - Säuglingssterblichkeit — KAPITEL XIV. - Sterblichkeit in verschiedenen Altersgruppen.
- D) Allgemeiner Ueberblick: KAPITEL XV. - Entwicklungstendenzen der Bevölkerungsbewegung bei den Juden.

Vorwort.

Die vorliegende Arbeit verdankt ihr Entstehen einer freundlichen Anregung des Verehrten Herrn Professors CORRADO GINI.

Das verarbeitete Material ist jahrelang gesammelt worden. Derjenige, der in keiner direkten Beziehung zur jüdischen Statistik steht, kann sich gar keine Vorstellung machen, wie viel Hindernisse zu überwinden sind und wie viel bittere Enttäuschungen man erleben muss, wenn man das Verlangen hat, ein vollständiges statistisches Bild der einen oder der anderen Seite des jüdischen Lebens zu geben.

Schon rein quantitativ ist ein äusserst umfangreiches Material zu bewältigen, das viel Staaten umfasst und in zahlreichen Veröffentlichungen in verschiedenen Sprachen erschienen ist. Aber viel

wichtiger ist die Qualität des vorhandenen Materials. ... sehr oft ist das Material methodisch derartig verschieden zusammengestellt, das es vollständig unmöglich erscheint, irgend eine Erscheinung in ein und demselben Zeitabschnitt in verschiedenen Ländern oder in ein und demselben Lande zu verschiedenen Zeitpunkten zu vergleichen.

In vielen Ländern, wo die Juden in Massen leben, wird das nationale, beziehungsweise konfessionelle Moment bei Zählungen und Registrationen allgemein ignoriert, weshalb wir gezwungen sind in Bezug auf die Judenheit dieser Länder zufällige Enqueten und Untersuchungen von irgend welchen Privatgesellschaften zu benutzen, wenn wir nicht sogar in einzelnen Fällen auf Forschungen von Privatpersonen angewiesen sind. Aber auch in den Ländern, wo das nationale, beziehungsweise konfessionelle Moment bei Zählungen und Registrationen aufgenommen wird, trägt die Bearbeitung des gesamten Materials nach den nationalen beziehungsweise konfessionellen Merkmalen einen sehr zufälligen und unbeständigen Charakter. Es fällt leicht eine Anzahl von Ländern zu nennen, wo die Angaben über den Altersaufbau der einzelnen Konfessionen teils vorhanden sind, teils fortfallen: nicht minder störend wirkt es, dass in einer Reihe von Ländern die allgemeine Sterblichkeit nach den konfessionellen Gruppen bearbeitet wird, während in den Angaben über die *Säuglingssterblichkeit* die Konfession vergessen oder mit Absicht fortgelassen wird; in einer dritten Kategorie von Ländern sind die Erwerbstätigen nach dem konfessionellen Moment gesondert, aber bei den Angaben über die soziale Differenzierung wird von der Konfession nichts erwähnt usw. udm.

Das die Bearbeitung von statistischen Materialien gerade bezüglich der nationalen beziehungsweise konfessionellen Merkmale der Bevölkerung durch die statistischen Aemter verschiedener Länder auf verschiedene Weise und mit verschiedenen Methoden vorgenommen wird, ist ja allgemein bekannt. Noch uneinheitlicher aber sind die Arbeiten einzelner jüdischer Statistiker, welche, wie es scheint, um eine möglichste Verschiedenartigkeit in den Methoden der Bearbeitung der statistischen Materialien wetteifern, statt sich um eine einheitliche Methode zu bemühen, die für statistische Arbeiten von ganz besonderem Wert ist.

Aus dem bisher Gesagten ist klar, dass wir uns oft nicht mit den vorhandenen Berechnungen begnügen konnten, sondern gezwungen waren auf das Urmaterial zurückzugreifen, um selbständige Berechnungen vorzunehmen.

Der grösste Teil der Materialien über die Bevölkerungsbewegung

bei den Juden in den Kriegs- und Nachkriegsjahren ist von uns, glauben wir, zum ersten Mal zusammengebracht und bearbeitet und wird in der vorliegenden Arbeit einem breiteren Kreise von Lesern zugänglich gemacht.

Es ist mir eine angenehme Pflicht an dieser Stelle meinem Mitarbeiter I. KORALNIK für seine Hilfe zu danken, die er mir bei der Bearbeitung des statistischen Materials und durch gelegentliche Ratschläge erwiesen hat.

Berlin, April 1926.

JAKOB LESTSCHINSKY.

I.

Seit langem schon befasst sich die europäische Wissenschaft mit der Bevölkerungsfrage und dem Problem des quantitativen Wachstums der Menschheit. Im neunzehnten Jahrhundert schwebte den Gelehrten das Gespenst einer Uebervölkerung vor, die in einer steigenden Bevölkerungszunahme, mit der die Vermehrung der Nahrungsmittel nicht Schritt halten kann, ihren Ausdruck findet. Im letzten Jahrzehnt vor dem Kriege und insbesondere in den Kriegsjahren wurden umgekehrt Befürchtungen laut, dass die rasche Abnahme der Geburten bei allen Kulturvölkern die Gefahr der Entvölkerung und der Degenerierung der weissen Rasse mit sich bringe.

In der Tat bestätigt die Geburtenstatistik, dass das Sinken der Geburten einen bedrohlichen Umfang angenommen hat. Freilich ist auch die Sterblichkeit in Abnahme begriffen. Allein das Sinken der Sterblichkeit stösst auf natürliche Grenzen, unter die sie nicht heruntergehen kann, selbst unter den günstigsten Lebensverhältnissen. Anders liegen die Dinge bei dem Sinken der Geburten. Hier kann die zielbewusste Beeinflussung der blinden Naturkräfte so weit gehen, dass das Ideal des modernen Kulturmenschen, sich von allen Sorgen frei zu machen, die mit der Fortpflanzung des menschlichen Geschlechts verbunden sind, leicht verwirklicht werden könnte. Aus der Flucht des Kulturmenschen vom Kinde im zwanzigsten Jahrhundert ist die Furcht vor der Entvölkerung entstanden.

Die sogenannte biologische Strömung führt das Sinken der Geburten bei den kulturell und sozial höher stehenden Nationen lediglich auf natürliche Ursachen zurück. Je niedriger die Kulturstufe, auf der die betreffende Art steht, eine desto grössere Nachkommenschaft braucht sie zu ihrer Erhaltung und Fortpflanzung, denn je primitiver die Art, umso grösseren Schwankungen ist ihr Nahrungsspielraum ausgesetzt, umso mehr Nachkommen muss sie zur Welt bringen, damit jenes Minimum, das zur Erhaltung der Art erforderlich ist, auch gesichert sei. Nimmt aber der Wohlstand zu und besteht die Sicherheit, dass die jeweils erzeugten Nachkommen erhalten bleiben, entfällt die Notwendigkeit, diese in grosser Zahl zur Welt zu bringen. Die hohe Geburtenziffer bei den rückständigen Völkern wurzelt nach dieser Ansicht in dem Bestreben, die schlechten sozialen Lebensverhältnisse, die der Erhaltung der Individuen hinderlich sind, durch eine übermäs-

sig starke Zahl der letzteren zu kompensieren. Und, umgekehrt, sehen sich die kulturell höherstehenden Nationen, die mit grösserer Sicherheit annehmen können, das ihre Sprösslinge den Kampf ums Dasein bestehen werden, der Notwendigkeit enthoben, eine zahlreiche Nachkommenschaft zu erzeugen. Das ist das natürliche Gesetz der Oekonomie, dem sämtliche Organismen unterliegen.

Ganz anders fasst die sogenannte Wohlstandstheorie das Problem des Geburtenrückganges bei den Kulturvölkern auf. Der Wohlstand, der die kulturelle Entwicklung beschleunigt, fördert auch zugleich die rationalistisch-wirtschaftliche Denkweise bei den Kulturvölkern. Ohne den Einfluss der physischen Momente zu verkennen, schiebt diese Theorie jedoch die psychologischen Faktoren in den Vordergrund. Das Bestreben des modernen Menschen die Kinderzahl einzuschränken und den geschlechtlichen Verkehr künstlich von der Fortpflanzungsfunktion zu befreien, sei eben nichts anderes, als der Ausfluss jener rationalistischen Lebensauffassung, die immer breitere Volksschichten erfasst. Nicht der Wohlstand und der kulturelle Aufschwung tragen somit die unmittelbare Schuld an dem Geburtenrückgang, sondern eben jene wirtschaftlich-rationalistische Weltauffassung, die sie grossziehen und die ihrerseits den Geburtenrückgang fördert. Das Wachsen des Verantwortungsgefühls gegenüber den Nachkommen, die grösseren Anforderungen, die an die Erziehung der künftigen Generation und deren Ausrüstung für den Daseinskampf gestellt werden, der Hang des modernen Menschen an den immer mehr steigenden Bequemlichkeiten des Daseins und sein Bestreben, auch den Nachkommen die entsprechende Lebenshaltung zu sichern — das sind die unmittelbaren Ursachen, die zur Einschränkung der Kinderzahl und zur Befreiung des Zeugungsaktes von seinen natürlichen Folgen führen. Diese wirtschaftlich-rationalistische Denkweise erfasst allmählich die ganze Menschheit und dringt aus den Industrieländern in die Agrarländer, von der Stadt zur Landbevölkerung, von den bürgerlichen Klassen in die Arbeitermassen. Je früher diese Denkweise in einem Lande um sich greift, je stärker sie die eine oder andere soziale Gruppe beeinflusst, umso eher tritt das Sinken der Geburtenhäufigkeit ein, umso schneller ist das Tempo des Geburtenrückganges. Im Laufe der Zeit buhldigen immer mehr Völker und Klassen dieser rationalistischen Lebensauffassung und greifen, vom Bewusstsein der rationalen Notwendigkeit durchdrungen, zur Einschränkung der Kinderzahl.

Diese Tendenzen, die für die gegenwärtige Epoche so bezeichnend sind, gelangen bei den hochkapitalistischen Kulturnationen zur vollsten Entfaltung. Besonders stark mit den hochkapitalistischen Entwick-

lungstendenzen sind die Juden allerorts verbunden. Es erscheint daher begreiflich, dass diejenigen, die sich mit den Fragen der natürlichen Bevölkerungsbewegung befassen, mit besonderem Interesse die entsprechenden Verhältnisse bei den Juden verfolgen.

Das Judentum hat in sich, wie in einem Brennpunkt, alle diejenigen Eigenschaften und Erscheinungen vereinigt, die überall als die Ursachen des Rückganges der Geburtlichkeit, der Sterblichkeit und des Bevölkerungszuwachses auftreten. Sowohl nach ihrer sozialen Gliederung, als nach ihrem Kulturstande sind die Juden eine höchst merkwürdige Erscheinung. Die Juden sind die einzige Nation der Welt, die fast gar keine bäuerliche Bevölkerungsschicht aufweist und dies seit vielen Jahrhunderten; die Juden sind die einzige moderne Kulturnation, die schon seit vielen Jahrhunderten fast durchgehend dem städtischen Gewerbe nachgeht, und eine fast ausschliesslich städtische Bevölkerungsschicht bildet. Eine Besonderheit der jüdischen Nation ist der überaus grosse Anteil des Grossbürgertums und der freien Berufe innerhalb der Judenheit. Ueberall, in allen Ländern ohne Ausnahme, überflügeln die Juden die sie umgebende Bevölkerung sowohl in sozialer, als auch kultureller Hinsicht. Sie sind die einzige Kulturnation der Welt, die eine derartig einseitige soziale Gliederung aufweist, welche mit einer eigenartigen und manigfaltigen Kulturerbschaft verbunden ist.

Die soziale Einseitigkeit darf jedoch nicht mit sozialer Gleichartigkeit identifiziert werden. Im Gegenteil, das Judentum zerfällt in eine ziemlich beträchtliche Anzahl von einander weit entfernter und entgegengesetzter sozialer Gruppen und Klassen. Das Judentum ist nicht nur, gleich allen anderen Nationen, in zwei gegensätzliche Lager der Besitzenden und Besitzlosen gespaltet, sondern es ist auch geographisch, dank seiner Zerstreuung in den verschiedenen Staaten, oft in einzelne kulturell von einander weit entfernte und bisweilen sogar einander ganz fremde Gruppen geschieden. Dieselbe geographische Zersplitterung, die eine Abhängigkeit der einzelnen Teile des Judentums von verschiedenen sozial-oekonomischen und kulturpolitischen Bedingungen und Einflüssen herbeiführt, verleiht der sozialen Differenzierung, dem Kulturstande und der einzelnen Gruppen des Judentums ein besonderes Gepräge. Es ergibt sich somit ein ziemlich komplizierter Knäuel von horizontalen und vertikalen Scheidungen und Differenzierungen, Einflüssen und Zusammenhängen. Indem wir die Einzelheiten übergehen, können wir drei Grundtypen des modernen Judentums feststellen:

- 1) Das Ostjudentum in den Ansiedlungsgebieten mit starken

Ueberresten von kleinhändlerisch vermittlerischen Traditionen und einer neuzeitlichen Tendenz zur Verstärkung der jungen werktätigen Schichten; die Klassendifferenzierung innerhalb dieses Teiles des Judentums ist nicht besonders tief, die kleinstädtischen Massen — Kleinhändler, kleine Aufkäufer und kleine selbständige Handwerker — drücken dem ganzen Milieu ihr besonderes Gepräge auf;

2) Das Westjudentum in den alten Siedlungsgebieten mit dem Überwiegen des gross — und mittelbürgerlichen Elemente, mit einer deutlichen Tendenz für die Zunahme dieser Elemente auf Kosten der aussterbenden kleinstädtischen Ueberreste des Ghettojudentums;

3) Das neue Judentum der Immigrationsländer mit einem deutlichen Überwiegen der werktätigen Elemente über die kaufmännisch-vermittlerischen, wobei jeder Zusammenhang mit traditionell jüdischen Berufen der Kleinhändler und Makler tatsächlich verloren gegangen ist.

Es leuchtet ein, dass die Einseitigkeit der jüdischen ökonomischen Struktur nur *relativ* in Erscheinung tritt, d. h. im Vergleich zum umgebenden sozialen Milieu; dasselbe gilt auch in Bezug auf den bürgerlichen Charakter des modernen Judentums. Nur im Vergleich mit der umgebenden Bevölkerung erscheinen die Juden in jedem beliebigen Lande als eine bürgerliche Bevölkerungsschicht, denn überall weisen sie einen grösseren Prozentsatz bürgerlicher Klassen auf, als die Völker, in deren Mitte sie leben. Wenn wir in einem beliebigen Lande die natürliche Bewegung der jüdischen mit derjenigen der nichtjüdischen Bevölkerung desselben Landes vergleichen, sehen wir den Entwicklungsprozess einer ganzen Reihe von Erscheinungen in zwei aufeinander folgenden Stadien, denn der gegenwärtige Zustand des Judentums deutet auf die unvermeidliche Zukunft der übrigen Bevölkerung hin. Andererseits, wenn wir die natürliche Bewegung der jüdischen Bevölkerung in den verschiedenen Ländern miteinander vergleichen, erhalten wir ein wertvolles Bild zur Beleuchtung derjenigen Einflüsse, welche die modernen städtischen sozialen Gruppen in ihrem verschiedenen Stärkeverhältnis in den einzelnen Ländern auf die Bevölkerungsbewegung ausüben.

II.

Bevor wir zu den Fragen der natürlichen Bewegung der jüdischen Bevölkerung übergehen, beabsichtigen wir kurz die demographischen und wirtschaftlich-sozialen Probleme des derzeitigen Judentums zu streifen. Es ist überflüssig viel Worte darüber zu verlieren,

dass der Alters- und Geschlechtsaufbau, welcher selbst die Folge eines gewissen Systems der Gebürtlichkeit und Sterblichkeit aufzeigt, seinerseits die Eheschliessung, Gebürtlichkeit und Sterblichkeit stark beeinflusst. Es genügt diese Erscheinungen der natürlichen Bevölkerungsbewegung der ein und derselben Nation in den Ländern der Ein- und Auswanderung zu vergleichen, um sich zu überzeugen, wie stark der Einfluss des Geschlechts und Altersaufbaues sich auswirkt. Es ist z. B. bekannt, dass die Gebürtlichkeit bei den Italienern in den Vereinigten Staaten doppelt so stark ist als in Italien; dasselbe ist bei den Juden zu beobachten. Es besteht kein Zweifel, dass diese Erscheinung hauptsächlich durch den hohen Prozentsatz der mittleren Altersgruppen in der Immigrationsbevölkerung zu erklären ist.

Noch weniger beweisbedürftig ist die Behauptung, dass der soziale Bestand der Bevölkerung und seine Klassenstruktur einen entscheidenden Einfluss auf alle Erscheinungen der natürlichen Bewegung der Bevölkerung ausüben. Dörfische und städtische Bevölkerung, Finanzaristokratie und Lumpenproletariat, Industrie und Handelsbourgeoisie und städtisches Proletariat, die breite städtische kleinbürgerliche Masse und Vertreter freier Berufe, Beamte, Handelsangestellte und Hausbedienstete, — jede dieser Klassen und Stände hat ihre Gesetze der natürlichen Bevölkerungsbewegung, hat ihre Wege in der Entwicklung der Ehebäufigkeit, Gebürtlichkeit und Sterblichkeit. In Abhängigkeit vom Stärkeverhältnis der städtischen und dörfischen Bevölkerung, von der Entwicklungsstufe der städtischen Industrie und der Tiefe der Klassendifferenzierung, von der Stärkezahl der Grossbourgeoisie und der freien Berufe, setzt sich die natürliche Bevölkerungsbewegung bei den einzelnen Nationen zusammen.

Um den Unterschied in der natürlichen Bewegung im Judentum eines beliebigen Landes und dem Wirtsvolke des selben Landes begreiflich zu machen und um andererseits die Unterscheidungsmerkmale in der natürlichen Bewegung im Judentum verschiedener Länder aufzudecken, ist es erforderlich, wenigstens in grossen Zügen, die demographischen und sozialen Besonderheiten der verschiedenen Teile des Judentums zu beleuchten.

Wir beginnen mit dem Geschlechtsaufbau. In der Tabelle 1 (Seite 138) ist der Geschlechtsaufbau der Juden in einigen Staaten und Städten verzeichnet. Bei der nichtjüdischen Bevölkerung fällt es auf, dass je weiter nach Osten, desto öfter ein verhältnismässiger Ueberschuss des männlichen Geschlechts gegenüber dem weiblichen; bei den Juden dagegen ist einerseits in allen Ländern die weibliche

Bevölkerung stärker als die männliche, und andererseits ist gerade bei den Juden in den östlichen Ländern der verhältnismässige Frauenüberschuss grösser als bei den Juden im Westen. In Rumänien z. B. ergab der Bevölkerungsstand der Gesamtbevölkerung im Jahre 1912, 979 Frauen auf je 1000 Männer, bei den Juden in Rumänien war in demselben Jahre das Verhältnis 1076 Frauen auf je 1000 Männer. In der Ukraine waren die entsprechenden Zahlen im Jahre 1897-983 und 1051, in Galizien — 1038 und 1056. In der Tschechoslowakei dagegen, wo in der Gesamtbevölkerung im Jahre 1910 auf je 1000 Männer 1056 Frauen kamen, hatten die Juden in demselben Jahre bloss 1022 Frauen auf 1000 Männer; diese Erscheinung wiederholt sich in Italien und Ungarn.

TABELLE I.

Der Geschlechtsaufbau der jüdischen Bevölkerung.

Länder und Städte	Auf 1000 Männer entfielen Frauen					
	Vor dem Kriege			Nach dem Kriege		
	Zählungs- jahr	bei den Juden	bei der Gesamtbe- völk.	Zählungs- jahr	bei den Juden	bei der Gesamtbe- völk.
Wien.	1910	965	1086	—	—	—
Italien	1901	1014	1024	—	—	—
Ungarn	1910	1016	1019	—	—	—
Tschechoslowakei	1910	1022	1056	1921	1043	1076
Preussen.	1910	1031	1023	—	—	—
Bukowina	1910	1050	1021	—	—	—
Ukraine.	1897	1051	983	1920	1213	1143
Warschau	1914	1054	1088	1922	1162	1200
Galizien.	1910	1056	1038	—	—	—
Rumänien	1912	1076	979	—	—	—
Lettland	1897	1089	1039	1920	1224	1211
Holland	1909	1094	1021	1919	1079	1013
Amsterdam.	1909	1125	1099	1920	1098	1072

Besonders charakteristisch ist der Geschlechtsaufbau der Bevölkerung in den Städten Wien und Warschau. In beiden Städten, die, wie alle modernen Grosstädte, eine Anziehungskraft für weibliche Handelsangestellte, Hausmädchen und Fabrikarbeiterinnen ausüben,

übersteigt die Zahl der Frauen diejenige der Männer in starkem Masse; bei den Juden ist diese Erscheinung in Warschau zu beobachten, wo die jüdische Kleinindustrie jüdisches weibliches Proletariat in die Fabriken und Werkstätten hineinzieht; in Wien dagegen, wo die Juden hauptsächlich zur Handelsbourgeoisie gehören, übersteigt die Zahl der männlichen Bevölkerung diejenige der weiblichen.

Wir besitzen leider nur wenige Angaben um Vergleiche mit der Nachkriegszeit zu ziehen. Die vorhandenen Angaben betreffs der Ukraine, Lettland, Tschechoslowakei und Warschau zeigen, dass allgemein der Männerverlust der Juden während des Krieges dem prozentualen Männerverlust der Gesamtbevölkerung im Kriege gleichkommt.

Ein viel grösseres Interesse bietet die Tabelle II (siehe Seite 140), welche den Altersaufbau der Bevölkerung schildert. Es muss zugegeben werden, dass diese Tabelle den Fehler hat, dass die Angaben für die einzelnen Länder zeitlich nicht zusammenfallen, in grossen Zügen aber spiegelt sie zweifellos den Altersaufbau der Juden in den verschiedenen Ländern wider.

Es genügt einen flüchtigen Blick auf diese Tabelle zu werfen, um sich davon zu überzeugen, dass der Altersaufbau bei den Juden von der üblichen Norm abweicht.

Bei den Völkern sämtlicher Länder, die in der erwähnten Tabelle angeführt sind, und auch bei den Juden in den östlichen Ländern gleicht der Altersaufbau schematisch einer Pyramide mit breiter Basis (0 - 10 J.) und schmaler Spitze für die Altersgrenze von 60 Jahren und höher, nur bei den Westjuden hat die Pyramide des Altersaufbaues eine schmale Basis und eine breite Spitze.

Wir erachten es für notwendig darauf hinzuweisen, dass die Altersgruppen 20-30 und 30-40 Jahre in der Tabelle zusammengezogen sind. Darauf muss der Leser ein besonderes Augenmerk richten, um eine klare nicht irregeleitete Vorstellung vom Bau der Pyramide der Altersgliederung zu haben. Wir gehen zu eingehender Untersuchung der Tabelle über. Die Tabelle ist in einer steigenden Stufenfolge der jüdischen Altersgruppe 0-10 Jahre geordnet. Es zeigt sich eine auffallende Gesetzmässigkeit: je weiter nach Osten, desto verhältnismässig stärker ist diese Gruppe vertreten. Beim Vergleich der ersten Zeile der Tabelle mit der letzten - Dänemark und Galizien - ersieht man, dass das besonders deutlich ausgeprägte Ostjudentum ein Prozentsatz Kinder bis zu 10 Jahren aufweist, welcher $2\frac{1}{2}$ mal grösser ist als der betreffende Prozentsatz im stark ausgeprägten Westjudentum: der Prozentsatz der Kinder bei den galizischen

TABELLE II.

Altersaufbau der jüdischen Bevölkerung.

Länder und Städte	Jahr	Jüdische Bevölkerung					Gesamtbevölkerung						
		0-10	10-20	20-40	40-50	50-60	60-	0-10	10-20	20-40	40-50	50-60	60-
Dänemark	1901	11,3	13,5	29,9	15,4	12,3	17,6	23,5	20,1	27,8	10,5	8,0	10,1
Berlin	1910	13,4	16,0	37,6	14,1	10,1	8,8	16,2	16,7	39,2	12,6	8,3	7,0
Hamburg	1905	15,5	16,5	34,2	13,1	9,5	11,2	19,7	18,3	35,8	11,7	7,6	6,9
Hessen	1910	16,7	16,8	31,8	12,5	10,3	11,9	23,6	19,8	30,8	10,5	7,3	8,0
Holland	1909	18,3	18,9	32,6	11,3	8,5	10,4	24,0	20,0	29,2	10,2	7,6	9,0
Amsterdam	1909	18,5	19,9	33,2	11,2	8,1	9,1	21,0	19,9	31,6	11,2	8,1	8,2
Wien	1890	20,1	21,4	35,3	11,2	6,7	5,3	19,4	19,2	36,6	11,7	7,3	5,8
Budapest *	1900	20,3	20,1	37,1	10,2	6,6	5,7	18,8	18,5	39,4	11,5	6,7	5,1
Böhmen, Mähren u. Schlesien	1890	23,8	20,8	29,5	9,8	7,3	8,8	25,6	19,8	28,2	10,5	8,1	7,8
Ungarn	1900	24,9	21,7	29,6	10,0	6,8	7,0	25,0	21,0	27,3	11,0	8,1	7,6
Sonstige Staatsgebiete Oesterreichs	1890	26,9	19,5	28,6	10,5	7,1	7,4	24,3	18,1	27,9	11,3	9,1	9,3
Bulgarien	1905	26,7	24,0	27,9	8,7	6,6	6,1	27,7	22,0	26,6	8,1	7,1	8,5
Litauen.	1897	27,1	24,5	23,0	9,4	7,3	8,7	25,2	21,0	28,3	9,1	7,1	9,3
Europ. Russland	1897	27,8	24,0	28,3	8,4	6,1	5,4	27,3	21,4	28,2	9,4	6,7	7,0
Ukraine.	1897	28,3	24,3	28,6	8,3	5,8	4,7	29,2	22,2	27,8	8,8	6,2	5,8
Rumänien	1899	28,8	22,9	27,9	9,3	6,1	5,0	28,7	22,0	28,1	9,5	6,4	5,3
Polen	1897	29,7	23,9	27,9	7,4	5,9	5,2	28,1	21,0	30,3	7,8	6,5	6,3
Galizien und Bukowina	1890	29,8	23,1	28,4	8,9	6,0	3,8	29,1	20,6	29,3	10,0	6,8	4,2

(*) Die Angaben beziehen sich auf die jüdische und röm.-katholische Bevölkerung.

Juden beträgt 29,8 und bei den dänischen Juden bloss 11,3. Wenn man sogar zugibt, dass im Jahre 1901, für welches die Daten aus Dänemark stammen, der Prozentsatz der Kinder bei den Juden in Galizien sich um einige Prozente verringert hat, so wäre dennoch der bedeutende Unterschied zwischen dem West- und Ostjudentum nicht verwischt. Zusammen genommen ist der Prozentsatz der Kinder bei den vier untersten Gruppen der Tabelle II (Ukraine, Rumänien, Polen und Galizien) fast zweimal höher als bei den vier obersten Gruppen derselben Tabelle (Dänemark, Hamburg, Hessen und Holland). Der Unterschied im Altersaufbau des Ost- und Westjudentums tritt besonders deutlich auch in der letzten Altersgruppe, über 60 Jahre, hervor, bloss ist hier die Richtung eine umgekehrte. Greise über 60 Jahre haben die galizischen Juden um vier mal weniger als die Juden in Dänemark und um drei mal weniger als die Juden in Hamburg oder in Hessen. Die hohen Altersgruppen der Greise sind, zusammengenommen, im Ostjudentum um das doppelte weniger vertreten als im Westjudentum.

Was die zeugungsfähigsten und arbeitsfähigsten Altersgruppen betrifft, 20-50 Jahre, so ist das Westjudentum in jeder Hinsicht günstiger gestellt als das Ostjudentum.

Im Alter von 20-50 Jahren hatten die Juden folgenden Prozentsatz:

In Berlin	51,7
» Hamburg	47,3
» Budapest	47,3
» Wien	46,5
» Dänemark	45,3
» Amsterdam	44,4
» Holland	43,9
» Galizien und Bukowina	37,3
» Rumänien	37,2
» Ukraine	36,9
» Polen	35,3
» Litauen	32,4

Die Aufstellung macht ersichtlich, dass die Zeugungsfähigsten und Arbeitsfähigsten bei den Ostjuden im Verhältnis zu den Westjuden in einem um ein Fünftel geringeren Prozentsatz vertreten sind, was in bedeutendem Masse durch die Auswanderung dieser Altersgruppen bei den Ostjuden hervorgerufen wird.

Gehen wir zum Vergleich des Altersaufbaues zwischen Juden und Nichtjuden über. Es fällt auf, dass nur bei den Westjuden die Gruppe

der Kinder bis zu 10 Jahren verhältnismässig schwächer vertreten ist als bei den entsprechenden Wirtsvölkern; bei den Ostjuden fällt der Prozentsatz der Kinder mit der Kinderstufe im Altersaufbau der Westvölker im grossen und ganzen zusammen. Was die höchste Altersstufe anbelangt, über 60 Jahre, so ist der betreffende Prozentsatz bei den Ostjuden demjenigen im entsprechenden Wirtsvolke fast gleich, in Westeuropa erreichen die jüdischen Greise allgemein ein höheres Alter als die nichtjüdischen. Ein Vergleich der mittleren Altersgruppen, 20-50 Jahre, bei Juden und Nichtjuden ergibt sowohl in Ost- wie in Westeuropa nur geringe Unterschiede.

Wir können an dieser Stelle nicht näher in die Beziehungen zwischen dem Altersaufbau und den Erscheinungen der natürlichen Bewegung der Bevölkerung eingehen, es war bloss unsere Aufgabe einen Ueberblick über die demographischen Merkmale der einzelnen Teile des Judentums zu geben, mit denen wir uns im weiteren Verlauf unserer Ausführungen beschäftigen werden.

Vorweggenommen sei gesagt, dass der von uns angeführte Altersaufbau der Ostjuden durch ihre verhältnismässig hohe Gebürtlichkeit hervorgerufen ist. Die Gebürtlichkeit wird bei den Ostjuden von einer allgemein geringen Sterblichkeit, besonders aber einer geringen Säuglingssterblichkeit begleitet. Der Altersaufbau der Westjuden rührt von geringer Sterblichkeit und einer sehr geringen Gebürtlichkeit, wobei der Unterschied zwischen der hohen Gebürtlichkeit der Ostjuden und der geringen Gebürtlichkeit der Westjuden ein viel bedeuten derer ist, als der Unterschied zwischen der geringen Sterblichkeit der Ostjuden und der noch geringeren Sterblichkeit der Westjuden.

Dass die Kriegsereignisse auf den Altersaufbau der Ost- wie der Westjuden bedeutend eingewirkt haben, unterliegt keinem Zweifel. Leider verfügen wir nur über diesbezügliche Angaben betreffs der ukrainischen und litauischen Judenheit. Angaben betreffs der neutralen Länder, wie Holland, sind hierfür nicht massgebend. Auf den Altersaufbau des ukrainischen und litauischen Judentums haben mehr als die Kriegsereignisse die Pogrome, Ausweisungen und Epidemien gewirkt. Hier haben wir eine kleine, aber sehr lehrreiche Tabelle.

TABELLE III.

Veränderungen im Altersaufbau der jüdischen Bevölkerung nach dem Kriege.

Länder	Zählungs- jahr	A) Jüdische Bevölkerung					
		0-10	10-20	20-40	40-50	50-60	60-
Ukraine . . .	1897	28,3	24,3	28,6	8,3	5,8	4,7
»	1920	18,5	25,9	29,7	10,4	8,6	6,9
Litauen . . .	1897	27,1	24,5	23,0	9,4	7,3	8,7
»	1923	17,0	24,8	29,7	9,2	8,6	10,7

Länder	Zählungs- jahr	B) Gesamtbevölkerung					
		0-10	10-20	20-40	40-50	50-60	60-
Ukraine . . .	1897	29,2	22,2	27,8	8,8	6,2	5,8
»	1920	25,7	25,0	26,5	8,9	6,4	7,5
Litauen.. . . .	1897	25,2	21,0	28,3	9,1	7,1	9,3
»	1923	18,9	24,2	30,0	8,6	7,9	10,4

Der Prozentsatz der Kinder bis zu 10 Jahren ist bei den Juden mehr als um ein Drittel gefallen, bei den Nichtjuden ist der betreffende Prozentsatz auch gefallen, aber nicht in so starkem Masse — bei den Ukrainern um 12 %, bei den Litauern um 25 %. Die ukrainische Judenheit war in den Jahren 1918-1920 mehr als 2000 Pogromen in einigen Hundert Siedlungen ausgesetzt. Mehr als 1 Million jüdischer Seelen in der Ukraine erlebten die Schrecknisse der Pogrome. Nach den Pogromen folgten die Epidemien, welche von der ukrainischen Judenheit nicht weniger Opfer forderten als die Pogrome. Kinder fielen in grösserer Zahl den Epidemien zum Opfer als dem Pogromen, während welcher hauptsächlich Männer im besten Alter hingerafft wurden. Die Gewalttaten der Pogrombanden sind durch folgende Tabelle einigermaßen statistisch erfasst.

TABELLA IV.

Verluste der jüdischen männlichen Bevölkerung in der Altersklasse 20-29 J. infolge des Krieges und der Pogrome (1).

Altersklassen	Ukraine					
	männlich		weiblich		zusammen	
	1897	1920	1897	1920	1897	1920
10 — 19	32,1	32,9	34,6	31,0	33,4	31,8
20 — 29	23,6	18,1	23,3	25,6	23,4	22,3
30 — 39	16,8	15,4	15,8	13,1	16,3	14,1
40 — 49	11,8	12,9	11,7	12,7	11,8	12,8
50 — 59	8,4	12,0	8,4	9,5	8,4	10,6
60	7,3	8,7	6,2	8,1	6,7	8,4
insgesamt	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

(1) Bemerkung: Es muss hervorgehoben werden, dass die Altersgruppe bis 10 Jahre fortgelassen ist, um die eingetretenen Veränderungen in den übrigen Altersgruppen nicht zu verwischen.

Die Altersgruppe 20 — 29 Jahre hat sich bei den Männern fast um ein ganzes Viertel verringert, während bei den Frauen die betreffende Altersgruppe sich sogar etwas erhöht hat.

Da wir oft die Bezeichnungen Ost- und Westjudentum gebrauchen, ist es notwendig diese Bezeichnungen näher zu umschreiben. Sie sollen nicht etwa im geographischen sondern gewissermassen in sozial-kulturellem Sinne aufgefasst werden. Es handelt sich hierbei nicht lediglich darum, das die einen Juden örtlich in Osteuropa, die anderen in Westeuropa leben, sondern es ist hier von zwei Teilen des Judentums die Rede, die in Bezug auf ihre soziale Gliederung und ihr Kultur-niveau von einander abweichen, was naturgemäss sämtlichen Aeusserungen des Volkslebens ein bestimmtes Gepräge verleiht und auch die Gebürtlichkeit, Sterblichkeit, die Kriminalität usw. beeinflusst. Man kann auch leicht in Osteuropa « westjüdische » Gemeinden aufdecken, d. h. solche Gemeinden, die in sozialer und kultureller Hinsicht die Entwicklungsstufe des Westjudentums erreicht haben und daher diejenigen demographischen Merkmale aufweisen, die für das bürgerlich-intellektuelle Westjudentum bezeichnend sind. Und umgekehrt, lassen sich in Westeuropa « ostjüdische » Gruppen feststellen, die in ihrem Entwicklungsgange aufgehalten worden sind, die kleinbürgerliche Züge bewahrt haben und in demographischer Hinsicht jene Merkmale aufweisen, die für das Ostjudentum bezeichnend sind.

Die statistischen Angaben über den Altersaufbau, die uns zur

Verfügung stehen, könnten zur Genüge die eben aufgestellten Behauptungen illustrieren. Man braucht nur z. B. den Altersaufbau bei den einheimischen Juden in Kopenhagen und den aus Russland eingewanderten Juden, die sich in Kopenhagen niedergelassen haben, zu vergleichen, um den grossen Unterschied zu ersehen. (Tabelle V, Seite 145).

Wie wir aus der Tabelle V ersehen können, ist die Zahl der Kinder bis zu 5 Jahren bei den eingewanderten russischen Juden 4 mal so gross, als bei den einheimischen Kopenhagener Juden. Freilich spielt dabei auch der Umstand mit, dass die Einwanderer den zeugungsfähigsten Altersgruppen angehören, was schon daraus ersichtlich ist, dass die Altersgruppe 20-30 Jahre bei den russischen Juden in Kopenhagen 2¹/₂ mal grösser ist als bei den einheimischen Kopenhagener Juden. Es unterliegt aber keinem Zweifel, dass auch die sozialen und kulturellen Momente dabei entscheidend mitgewirkt haben. So haben z. B., zur angegebenen Zeit (im Jahre 1911) die Bankiers, reichen Kaufleute, Rentiers, pensionierte Beamte nicht weniger als 36,3⁰/₀ der einheimischen Juden und nur 0,5⁰/₀ der zugewanderten russischen Juden ausgemacht; die werktätigen Elemente haben bei den zugewanderten Juden ganze 79,7⁰/₀, bei den einheimischen Juden lediglich 8,1⁰/₀ betragen.

Auf diese Weise steht die russisch-jüdische Kolonie in Kopenhagen ihrer sozialen Gliederung nach viel näher dem Judentum eines beliebigen polnischen Industriestädtchens als ihren Stammesgenossen in Kopenhagen, in deren unmittelbarer Nähe sie lebt.

TABELLE V.

Altersaufbau der alten jüdischen Gemeinde und der russischen Juden in Kopenhagen (1911).

Altersklassen	Männer		Frauen	
	Alte Gemeinde	Russische Juden	Alte Gemeinde	Russische Juden
0 — 5	6,8	23,4	5,9	28,3
5 — 10	8,0	9,5	5,9	10,0
10 — 20	14,0	10,0	13,2	10,2
20 — 30	12,6	33,3	13,3	31,9
30 — 40	15,8	13,7	15,0	8,2
40 — 60	28,4	6,3	27,8	7,4
60 —	13,8	1,5	18,2	1,8
unbekannt	0,6	2,3	0,7	2,2
Zusammen	100,0	100,0	100,0	100,0

III.

Fassen wir noch kurz die berufliche Gliederung der Juden in den verschiedenen Ländern ins Auge.

TABELLE VI.

Berufsgliederung der jüdischen Bevölkerung in verschiedenen Ländern.

Berufsgruppen	Russland 1897 (Ansied- lungsgebiet)		Oesterreich 1910			Deutschland 1907		Ver. Staaten 1900		Italien 1901	
	Ges. Bev.	Juden	Ges. Bev.	Juden		Ges. Bev.	Juden	Ges. Bev.	Russen ⁽¹⁾	Ges. Bev.	Juden
				in ganz Oesterreich	in Galizien						
Land-u. Forstwirt- schaft	53,0	2,5	48,4	8,4	13,4	33,1	1,3	35,7	10,0	53,3	0,3
Industrie und Ge- werbe.	14,6	36,2	26,5	24,8	23,0	37,4	21,9	24,4	48,4	22,4	8,7
Handel u. Verkehr.	7,4	34,6	12,4	51,8	51,0	11,1	50,5	16,4	28,2	8,3	50,3
Sonstige Berufe . .	25,0	26,7	12,7	15,0	12,6	18,4	26,3	23,5	13,4	16,0	40,7
Insgesamt	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

⁽¹⁾ Meistens sind das Juden.

Die Tabelle VI gibt uns ein allgemeines Bild des sozialen Aufbaus des Judentums von sechs Ländern; das Hauptmerkmal der Juden in all diesen Ländern besteht darin, dass sie fast gar keinen Landbau treiben; nur in Galizien finden wir einen verhältnismässig grossen Prozentsatz der in der Landwirtschaft beschäftigten Juden und zwar beträgt er 13,4 % der erwerbstätigen jüdischen Bevölkerung. Der in der Tabelle angegebene Prozentsatz der jüdischen Landwirte in Amerika muss etwas reduziert werden, denn die Angaben unserer Tabelle beziehen sich auf die « Russen ». Freilich, damals, im Jahre 1900, gab es unter diesen « Russen » nur wenig eigentliche Russen, aber in der Gruppe Landwirte waren sie immerhin doch zahlreich vertreten.

Schon das Fehlen von Bauern bei den Juden und die geringfügige Zahl der landwirtschaftlichen Bevölkerung muss der Bevölkerungsbewegung der Juden ein ganz besonderes Gepräge verleihen. Es ist ja

zur Genüge bekannt, wie sehr die natürliche Bewegung der ländlichen von derjenigen der städtischen Bevölkerung abweicht.

Indem wir feststellen, dass die Juden eine städtische Nation darstellen, die fast ausschliesslich städtischen Berufen obliegt, erschöpfen wir noch keineswegs die ganze Eigenart der sozialen Struktur des Judentums. Eine eingehende Betrachtung der Tabelle VI zeigt uns, dass die Juden im allgemeinen zahlenmässig 5 bis 6 mal mehr im Handel vertreten sind als die sie umgebende Bevölkerung. Hier verschwinde tauch der Unterschied zwischen den Ost- und Westjuden: der Prozentsatz der handelstreibenden Juden im Verhältnis zur umgebenden Bevölkerung bleibt in allen Ländern derselbe. Zieht man aber den Vergleich zwischen den Juden in den verschiedenen Ländern, so ist es leicht zu merken, dass die Westjuden im viel höheren Grade ein « Handelsvolk » sind als die Ostjuden. Mit Ausnahme von Galizien, wo die überlieferte soziale Ordnung noch im starken Masse vorherrscht, sind die Ostjuden überall bloss zu einem Drittel im Handel beschäftigt, wie z. B. in Russland oder in noch geringerem Masse, wie in Amerika; dagegen ist mehr als die Hälfte der Westjuden im Handel tätig.

Ein ganz anderes Bild bietet sich uns, wenn wir die Teilnahme der Juden in der Industrie beobachten. In Deutschland, dem Lande der hochentwickelten Industrie, ist der Prozentsatz der Juden, die in der Industrie beschäftigt sind, niedriger als bei der Gesamtbevölkerung; die Juden sind dabei bekanntlich viel stärker unter den selbständigen Industriellen und dem höheren technischen und Verwaltungspersonal vertreten, als unter den Arbeitern. Dagegen sind die Juden in dem überwiegend agrarischen Russland, wo die Industrie vor dem Kriege sich immer stärker entwickelte, in grösserem Masse in der Industrie tätig als die umgebende Bevölkerung. Es muss aber dabei berücksichtigt werden, dass die Juden in Russland fast ausschliesslich im Handwerk und in der Kleinindustrie tätig sind, während die Fabrikarbeiter in der Gesamtbevölkerung stärker vertreten sind als unter der jüdischen Bevölkerung.

Sieht man sich näher die Tabelle VI an, so merkt man leicht, dass die Juden in Galizien die Züge der althergebrachten sozialen Struktur des Judentums, die durch das Ueberwiegen der vermittelrischen und händlerischen Elemente gegenüber den werktätigen Elementen gekennzeichnet war, noch in starkem Masse beibehalten haben. Dagegen hat das amerikanische Judentum, obwohl es ebenfalls zu 90 % aus Ostjuden besteht, die händlerisch vermittelrische Tätigkeit, die den Grundcharakter der Wirtschaftsstruktur der Ostjuden bildet,

zum grössten Teil aufgegeben. Die werktätigen Elemente unter den amerikanischen Juden sind gegenüber den händlerisch vermittlerischen doppelt so stark vertreten.

Angaben über die allgemeine Zahl der Berufstätigen in den einzelnen Wirtschaftszweigen genügen nicht zur Untersuchung der Verteilung der Kräfte im Wirtschaftsprozess; erst Angaben über die soziale Stellung der Berufstätigen können die Art der Betätigung der Erwerbsgruppen aufzeigen — deshalb ist es von Belang die soziale Schichtung der Juden in den einzelnen Ländern unter die Lupe zu nehmen.

TABELLE VII.

Soziale Schichtung der Berufstätigen in Industrie und Gewerbe bei Nichtjuden und Juden.

Land	Zählungsjahr	Von je 100 Erwerbstätigen im Hauptberuf waren							
		Selbständig (einschl. Hausgewerbe treibende)		Angestellte		Arbeiter		Mithelfende Familienange- hörige	
		bei Nicht- juden	bei Juden	bei Nicht- juden	bei Juden	bei Nicht- juden	bei Juden	bei Nicht- juden	bei Juden
Deutschland .	1907	17,6	42,8	6,1	21,4	76,3(*)	31,6	—	4,2
Galizien. . .	1910	27,2	43,3	1,9	4,0	68,0	44,4	2,9	8,3
Böhmen. . .	1910	14,9	39,2	2,4	34,9	80,8	23,1	1,9	2,8
Wien. . . .	1910	11,3	29,5	6,1	24,5	78,1	41,7	0,7	1,3

(*) einschl. mithelfende Familienmitglieder.

Die Tabelle VII gibt die soziale Differenzierung des Ost- und Westjudentums wieder. Auffallend ist die tiefe Schlucht, welche die soziale Differenzierung der Judenheit jedes beliebigen Landes von der sozialen Differenzierung der entsprechenden Wirtsvölker trennt. Der Prozentsatz der Selbständigen ist bei den Juden überall grösser als bei den Nichtjuden, $2\frac{1}{2}$ mal in den westlichen Ländern und $1\frac{1}{2}$ mal in Galizien. Dagegen ist der Prozentsatz der Arbeiter bei den Nichtjuden überall höher: $2\frac{1}{2}$ mal (Deutschland) bis 3 mal (Böhmen) in den westlichen Ländern und um das $1\frac{1}{2}$ fache in Galizien. Schon aus dem bisher Gesagten wird es klar, dass ihrer sozialen Stellung nach die Ostjuden den entsprechenden Wirtsvölkern näher stehen als die Westjuden. Ergänzend muss gesagt werden, dass das Stärkeverhältnis der Klassen unter den Westjuden durch die Immigration

von ostjüdischen Arbeitern nach Westeuropa vermischt wird. Deutschland wies z. B. im Jahre 1907, 22.553 jüdische Arbeiter auf, von denen im Handwerk etwa 13.000 beschäftigt waren. Es kann kein Zweifel bestehen, dass 90 „ der jüdischen Arbeiter im Handwerk in Deutschland neu eingewanderte galizische und russisch polnische Juden waren; es kann aber auch ruhig angenommen werden, dass unter den übrigen jüdischen Arbeitern in Deutschland die ostjüdischen Immigranten besonders stark vertreten sind. Dasselbe kann von Wien gesagt werden, wo die galizischen Juden den bedeutendsten Prozentsatz der Arbeiter stellen.

Wir kommen zum Schluss, dass der tatsächliche, unverwischte Prozentsatz der Arbeiter unter den einheimischen Juden in Deutschland und Wien nicht höher ist als in Böhmen und sich zwischen 20 bis 25 „ bewegt. Nach der entsprechenden Berichtigung ergibt es sich, dass im allgemeinen der Prozentsatz der Arbeiter bei den Westjuden drei mal geringer ist als bei den entsprechenden Wirtsvölkern und zwei mal geringer als bei den galizischen Juden.

Die Angaben betreffs der Differenzierung bei den russischen Juden können im Rahmen unserer Tabelle keinen Platz finden. Auf Grund der Untersuchung der jüdischen Kolonisationsgesellschaft ergibt es sich, dass im Jahre 1898 in der russischen Industrie von je 100 erwerbstätigen Juden 50-55 Arbeiter waren. In Amerika sind höchstwahrscheinlich in der Industrie von je 100 erwerbstätigen Ostjuden 75-80 Arbeiter.

Sehr interessant ist in der oben analysierten Tabelle die Rubrik der Angestellten. Der Prozentsatz der Angestellten ist bei den Juden grösser als bei den entsprechenden Wirtsvölkern: in Böhmen fast 15 mal, in Wien 4 mal, in Deutschland 3 mal, in Galizien 2 mal. Nicht minder interessant ist es, den Prozentsatz der jüdischen Angestellten bei den Juden in verschiedenen Ländern zu vergleichen: in Böhmen zählt ein ganzes Drittel der jüdischen Industriebevölkerung als Angestellte, in Wien ein Viertel, in Deutschland über ein Fünftel, in Galizien dagegen gehört bloss ein Fünfundzwanzigstel der jüdischen Industriebevölkerung zu den Angestellten. Es ist allgemein bekannt, dass der Prozentsatz der Juden in den freien Berufen in allen Ländern den Prozentsatz der Nichtjuden übersteigt (in Osteuropa 2 mal, in Westeuropa 3 mal).

Wir gelangen zu folgenden klaren Schlüssen: Die Westjuden gehören ohne weiteres dem Typus des bourgeoisen Judentums an. Die Ostjuden aber, behandelt man sie in ihrer Gesamtheit, in Galizien, Russland und Amerika, liefern uns das Bild der Entwicklung

der jüdischen sozialen und Wirtschaftsstruktur in der zweiten Hälfte des 19 ten Jahrhunderts: in Galizien überwiegen noch an Zahl die kleinbürgerlichen und vermittlerischen Elemente die werktätigen; in Russland sind bereits die werktätigen Elemente fast im gleichen Verhältnis mit den vermittlerischen vertreten; in Amerika aber haben die werktätigen Elemente schon das Uebergewicht über die vermittlerischen.

Hinsichtlich ihrer Klassenlage gehören die Westjuden überwiegend zur Gruppe der mittleren und grösseren Unternehmer und in bedeutendem Masse zur Gruppe des administrativen und technischen Personals, d. h. zu einer Gruppe, die in ihrer Lebenshaltung mehr in der Richtung zur Bourgeoisie tendiert als zum Proletariat; im Ostjudentum dagegen herrscht das kleinindustrielle und Handwerkerproletariat vor, an welches sich der selbständige Handwerker und der kleine Unternehmer reiht.

Wir erhalten ein ziemlich kompliziertes Bild. Der soziale Aufbau und die soziale Gliederung der Juden ist in sämtlichen Ländern von demjenigen der umgebenden Bevölkerung grundverschieden. Gleichzeitig ist auch die Berufsgliederung der Juden in den Städten eine ganz andere als bei den umgebenden Völkern; andererseits unterscheidet sich das Westjudentum seinem sozialen Aufbau und sozialer Gliederung nach von dem Ostjudentum, dessen soziale Struktur, die wir kleinbürgerlich-werkstätig nennen möchten, in verschiedenen Ländern die verschiedensten Entwicklungsstadien durchmacht; Galizien und Amerika stellen die zwei äussersten Pole dieser Entwicklung dar.

Aus diesem kurzen vergleichenden Ueberblick ist leicht zu ersehen, welchenkomplizierten und vielgestaltigen Einflüssen die Bevölkerungsbewegung der Juden unterliegt und wie sehr diese Faktoren von denjenigen, welche die Bevölkerungsbewegung bei den umgebenden Völkern beeinflussen, sich unterscheiden.

Wir sind daher überzeugt, dass die Forschung auf dem Gebiete der jüdischen Biologie und Pathologie in Zukunft den Weg über die Erforschung der demographischen Erscheinungen bei den einzelnen sozialen Schichten und Klassen des Judentums gehen wird. Nur eine in dieser Richtung geführte Untersuchung könnte den Beweis erbringen, ob die jüdische Biologie und Pathologie sich überhaupt von derjenigen der umgebenden Völker unterscheidet und gegebenenfalls worin diese Unterschiede wurzeln: in der sozialen Schichtung, in dem Kulturniveau oder etwa in Rassenmomenten.

JOSÉ A. VANDELLÓS.

La richesse et le revenu de la péninsule ibérique.

Pendant longtemps, on s'est formé de bien fausses idées sur la richesse de la péninsule ibérique ainsi d'ailleurs que sur tout l'ensemble de la vie des contrées s'étendant au delà des Pyrénées et, plus ou moins volontairement, restées dans un isolement lequel a été l'origine d'une mutuelle incompréhension avec le reste de l'Europe. Nous avons vu, quelquefois même, dans des traités économiques d'avant guerre, mettre de côté l'Espagne et la Russie comme exemple de pays pauvres. Il faut confesser que c'était là notre faute parce qu'il n'existait pas d'évaluations à jour de la richesse de l'Espagne et du Portugal.

MULHALL avait donné une évaluation approximative en 1895; nous mêmes ne connaissions pas nos propres ressources.

Après MULHALL, la première tentative pour l'Espagne date de 1916 par le Vicomte d'EZA. Postérieurement, trois autres calculs sont venus s'ajouter; de ces quatre, deux se réfèrent à la richesse d'avant-guerre, et les deux autres sont basés sur des données d'après-guerre (1).

Pour le Portugal, après MULHALL, nous n'avons trouvé d'autre tentative d'évaluation pour l'avant-guerre que le calcul approximatif de Mr. A. DE ANDRADE, dans son ouvrage intitulé *Portugal Economico* (2).

Ayant trouvé dans toutes ces évaluations ou des défauts d'ap-

(1) Nous espérons pouvoir publier prochainement une étude de la richesse ainsi que le revenu de la Péninsule Ibérique d'après guerre, laquelle contiendra la critique des évaluations de Mr. CEBALLOS TERESI et de la BANQUE URQUIJO (V. Ouvrages consultés). Nous avons publié une étude critique de l'évaluation de la Banque Urquijo dans la Revue « *Economia i Finances* » Barcelone. 10 et 25 Juillet 1925.

(2) Voir Ouvrages consultés.

plication des méthodes qu'on a usitées, ou des omissions qui entament leur valeur scientifique et venant d'étudier dans l'Institut de Statistique de l'Université de Padoue — sous la direction du prof. CORRADO GINI —, les diverses méthodes qui peuvent nous aider à trouver la richesse des Nations, nous avons entrepris, dans le même Institut, l'étude de la richesse de la Péninsule Ibérique.

Nous offrons, dans cet article, un résumé des résultats obtenus dans nos études, en désirant qu'il puisse être utile pour une meilleure connaissance de l'économie des pays Ibériques d'avant guerre.

ESPAGNE.

Critique des évaluations de la richesse de l'Espagne d'avant guerre. — Les auteurs des deux évaluations d'avant guerre sont le Vicomte d'EZA et Mr. ANDRÉ BARTHE.

Ces évaluations ont été publiées dans le livre *El Problema Económico en España* (1), et dans le *Journal de la Société de Statistique de Paris* (2) respectivement, et offrent des totaux apparemment concordants. En effet, le Vicomte d'EZA trouvait 75.770 millions de pesetas et M. BARTHE, 73.500 millions; mais, si nous examinons avec un peu d'attention les chiffres attribués aux diverses classes, nous trouvons, au premier coup d'oeil, des divergences très marquées.

Afin que l'on puisse voir plus clairement ces différences, nous mettons de côté les deux évaluations dans le tableau suivant:

(1) et (2) Voir Ouvrages consultés.

TABLEAU N^o. 1.

Classes de richesse	V.te d'Eza	Mr. Barthe
	(millions de pesetas)	
Agriculture	30.000	27.500
Bestiaux		4.000
Minières	2.300	
Maisons.	15.000	12.500
Machinerie Industrielle		1.800
Chemins de Fer.	2.000	
Navigation.	500	
Tramways	100	
Gaz et Electricité	150	
Mobilier		9.000
Epargne	420	
Métaux précieux		2.000
Valeurs industrielles	13.000	6.000
Réserves en magasin		1.500
Capital des Banques et réserves	1.500	
Dette publique	9.800	9.000
C.te Courant de la Banque d'Espagne . . .		200
Epargne Nationale annuelle.	700	
Assurances	300	
Total . .	75.770	73.500

En lisant ce tableau, on voit aussitôt la distribution inégale des quantités, le Vicomte d'EZA ne comptant pas les réserves, le numéraire, le mobilier, les troupeaux, la machinerie, et surchargeant les valeurs industrielles.

Nous examinerons très brièvement et l'une après l'autre ces deux évaluations, nous bornant à signaler leurs défauts de méthode, et, détaillant les chiffres, à trouver leur exagération sans y ajouter les classes qui peuvent manquer, c'est-à-dire que nous réduirons les chiffres au total qu'on aurait dû trouver avec les données que les auteurs ont utilisées.

Vicomte d'EZA. — Dans son livre déjà cité, l'auteur nous donne

l'évaluation de la richesse de l'Espagne sans nous expliquer comment il est arrivé aux résultats qu'il obtient.

Pour la valeur du capital agricole et des maisons, nous croyons qu'il l'a trouvée au moyen de la capitalisation de la production agricole et du revenu probable des maisons. Nous laissons ces chiffres car, comme on le verra plus tard, nous arrivons à des résultats bien peu différents de ceux-là.

Du total de la dette publique au 1er Janvier 1915, nous devons retrancher 1.028 millions de la dette extérieure, soit 8.780 millions nous restant.

Les 13 milliards de valeurs industrielles se décomposent en 9 milliards pour les Sociétés inscrites pour l'impôt, et 4 milliards de valeurs non inscrites. Le livre du Vicomte est paru en 1916 et quelques données ont rapport à 1915. Afin que nous puissions considérer son évaluation comme d'avant-guerre, nous devons compter seulement 8 milliards pour les Sociétés inscrites en 1913, et nous croyons très exagéré le chiffre de 4 milliards pour les valeurs des Sociétés non inscrites. Nous ne pouvons admettre en tout plus de 10 milliards, mais, même ce chiffre n'est pas l'exacte représentation des capitaux industriels.

Nous devrions :

1^o) déduire la différence de la valeur nominale et celle effective des titres, ce qui nous donnerait une somme importante à soustraire ;

2^o) escompter les titres de la dette qui sont compris dans le capital des Sociétés, principalement des Banques et Caisses d'Epargne ;

3^o) posséder la différence entre les valeurs industrielles d'Espagne détenues par des étrangers — une grande partie des meilleures entreprises était, avant la guerre, propriété d'étrangers — et les valeurs étrangères étant de toutes classes possédées par des Espagnols.

Le total de ces déductions s'élèverait à environ 2 milliards et demi ; les 7 milliards et demi restants peuvent être considérés comme représentatifs du capital des Sociétés Anonymes et diffèrent de peu du chiffre auquel nous arrivons.

Mais, en examinant les classes de richesse que le Vicomte d'EZA comprend dans son évaluation, nous voyons qu'il a compté séparément les capitaux des principales Sociétés Anonymes : Banques, Chemins de Fer, Mines, Tramways, Gaz et Electricité, Navigation et Assurances. Il commet une grosse erreur, car ces valeurs sont déjà comptées dans les 7 milliards et demi qui forment le capital total des Sociétés Anonymes, le capital d'une Société Anonyme représen-

tant la valeur actuelle de ses actions et obligations et, par conséquent, le calcul direct qu'il fait du capital des Sociétés Anonymes nommées ci-dessus, est une méprise.

Afin que l'on voie clairement cette erreur, nous reproduisons ci-après le tableau final des données officielles dans la *Estadística de la Contribución sobre las Utilidades de la riqueza mobiliaria en 1913*.

TABLEAU N° 2. — *Résumé des Banques, Sociétés et Compagnies soumises à l'impôt (1913)*

Sociétés	nombre	Valeur du Capital	
		Actions	Obligations
		(millions de pesetas)	
de Crédit	82	1.131	5
d'Eaux	74	91	23
Sucrières	16	202	55
Canaux et Ports	19	39	46
Fabrication	273	471	91
Chemins de Fer et Tramways . .	109	1.058	1.985
Gaz et Electricité.	367	412	151
Métallurgiques	18	134	58
Minières	194	690	135
Monopoles	3	85	—
Municipales et provinciales . .	38	—	334
de Navigation	76	162	32
Production et Consommation . .	29	3	—
d'Amusement	76	12	3
d'Assurances.	39	261	—
Divers	431	319	26
Total	1.844	5.070	2.944

Si nous totalisons le capital des Sociétés de Banque, Minières, Chemins de Fer et Tramways, Gaz et Electricité, Navigation et Assurances, nous trouvons 5.922 millions, et si nous ajoutons à ceux-ci la partie proportionnelle des 2 milliards de valeurs non inscrites, nous arrivons à 7.400 millions. Dans le détail de l'évaluation du Vicomte, ces Sociétés ont un capital de 6.850 millions; nous devons

donc supprimer un de ces deux chiffres. Ayant basé notre calcul sur le premier et ne sachant pas quelle méthode a suivie le Vicomte pour obtenir ces résultats, nous retirons le dernier chiffre du calcul.

Nous devons également escompter l'Épargne Nationale annuelle. Même en admettant que le chiffre de 700 millions fût exact, il pourrait nous servir pour connaître l'accroissement de la richesse d'une année à l'autre, mais dans le calcul de la richesse en 1914 cette épargne est déjà comprise dans d'autres catégories: argent, dépôts d'épargne terres, maisons, réserves, etc...

Lorsque les exagérations seront réduites et les erreurs supprimées, l'évaluation du Vicomte d'EZA sera ramenée à un total beaucoup plus bas, ainsi que l'indique le tableau suivant:

TABLEAU N. 3.

	(Millions de pesetas)
Agriculture.	30.000
Maisons	15.000
Valeurs mobilières (titres publics et industriels) . . .	16 300
Epargne	420
Total	61.720

Ce chiffre est inférieur de 14.050 millions à celui qu'il trouvait, et également inférieur de 15.280 millions au chiffre que nous attribuons pour 1914 à la richesse espagnole. Ce résultat est dû à l'oubli de part du Vicomte d'EZA des classes si importantes dans la richesse d'un pays, comme les bestiaux, le mobilier, la monnaie, les réserves, la machinerie des entreprises industrielles qui ne sont pas des Sociétés Anonymes, objets d'Art et articles de sport.

Il a eu le mérite d'être le premier à publier une tentative d'évaluation de la richesse espagnole d'avant-guerre, tentative dans laquelle lui-même n'avait pas grande confiance (1).

Mr. ANDRÉ BARTHE. Cet auteur a publié dans le *Journal de la Société de Statistique de Paris*, du mois de Mai 1917, un article ayant pour titre: *Essai d'Evaluation de la Richesse de l'Espagne*. Cette évaluation est plus complète que celle du Vicomte d'EZA, car ce dernier

(1) Voir page 22 de son ouvrage déjà cité *El Problema Económico en España*.

arrive parfois à des résultats satisfaisants, même en se servant de méthodes imparfaites ou très approximatives.

Après une tentative d'application de la méthode de l'intervalle dévolutif, multipliant par 37 les successions avec un résultat de 28.750 millions de pesetas pour la moyenne des successions dans la période 1911-1915, et 32.227 millions pour la valeur des successions la plus élevée, il trouve ces résultats peu élevés (1) et s'efforce de trouver la richesse de l'Espagne avec d'autres calculs, ce qui lui donne 27 milliards et demi pour la richesse agricole d'après une méthode qu'il n'explique pas clairement et disant seulement que la production agricole valait 6 milliards, alors que pour 1914 on ne peut compter plus de 4,3 milliards.

Il dit également d'autre part que les terres et les maisons donnent un revenu de 3,5 % . Si la production avait valu 6 milliards, en supposant même que le revenu des propriétaires ait été le 25 % seulement de la production, nous obtiendrions 1 milliard et demi, lequel, capitalisé à 3,5 % , donnerait 43 milliards environ comme valeur de la propriété agricole.

M. BARTHE, heureusement, démentant ses propres affirmations trouve seulement 27 milliards et demi, chiffre très rapproché du vrai. Avec les maisons, il se passe un fait semblable. Il trouve que le revenu des maisons est de 500 millions et que la valeur totale de la propriété urbaine est de 12 milliards $\frac{1}{2}$, ce qui capitalise le revenu à 4 % . S'il avait capitalisé à 3,5 % , taux qu'il fixe comme étant celui de revenu des maisons, il aurait dû trouver plus de 14 milliards.

Pour le bétail, il nous donne une valeur de 4 milliards et ce chiffre est évidemment exagéré, la valeur des bestiaux d'avant guerre ne dépassait pas 2 milliards et demi.

Il majore aussi la valeur du mobilier qu'il trouve de 9 milliards en appliquant à 3 millions de familles une valeur moyenne de 3.000 pesetas pour le mobilier. Ce chiffre de 9 milliards donnerait par tête une valeur moyenne d'à peu près 450 pesetas, valeur qui surpasserait celle d'un pays riche et bien plus éprouvé par le froid, le Canada, et égalerait celle trouvée pour l'Australie, étant supérieure de

(1) La méthode de l'intervalle dévolutif conduit toujours à des résultats trop bas, mais M. BARTHE pouvait arriver à des résultats différents en appliquant aux successions un coefficient d'évasion, lequel, pour l'Espagne, doit être assez élevé. D'autre part, nous croyons que l'intervalle dévolutif pour l'Espagne serait inférieur à 37. Le prof. GINI trouvait des chiffres moins élevés pour l'Italie, la France et l'Angleterre dans *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*.

40,6 % à la valeur moyenne par tête du mobilier en Italie, pays dont les plus riches contrées sont plus au Nord que les contrées espagnoles. Nous devons retirer du chiffre trouvé par M. BARTHE 3 milliards et demi.

Les deux milliards de métaux précieux d'avant guerre doivent être réduits à 1 milliard et demi, y compris la monnaie métallique en possession des particuliers.

Du montant de la dette publique interne, nous devrions retrancher 700 millions pour que ce montant soit strictement le même que celui d'avant-guerre.

L'évaluation de M. BARTHE serait réduite de 6.200 millions ainsi que suit :

TABLEAU n° 4.

	millions de pesetas
Agriculture	27.500
Bestiaux	2.500
Maisons.	12.500
Machineries industrielles	1 800
Mobilier	5.500
Métaux précieux	1.500
Valeurs industrielles	6.000
Réserves en magasin	1 500
Dette Publique	8 300
C.tes Cour.ts de la Banque d'Espagne	200
Total	67.300 (1)

(1) Ce total est inférieur de 9.700 millions à celui que nous trouverons, cette différence ayant pour cause la sous-évaluation de certains éléments de richesse ou l'omission d'autres ainsi qu'on peut le constater aisément en comparant les tableaux respectifs.

NOTRE ÉVALUATION DE LA RICHESSE DE L'ESPAGNE EN 1924.

Richesse Agricole. — La production espagnole était évaluée, en moyenne, pour les années 1903 à 1912, à 4.318 millions de pesetas dans les statistiques publiées par la *Junta Consultiva agronómica* (1). Nous avons contrôlé partiellement ce chiffre et avons trouvé une exagération dans la valeur des récoltes du blé, mais nous croyons pouvoir considérer le total de 4.300 millions de pesetas, comme représentatif de la valeur de la production agricole espagnole à la veille de la guerre.

(1) Un résumé des tableaux publiés par la *Junta Consultiva agronomica* se trouve dans l'*Anuario Estadístico de España* de 1915. (V. Ouvrages consultés).

Mais, quelle est la partie de cette production qui doit être considérée comme revenu ? En 1875, on calculait, en France, que la partie de la production formant le revenu était de 30 %. En Italie, on trouvait 25 % avant la guerre.

En tenant compte de la moindre intensivité de l'agriculture espagnole et aussi de la moindre dépense ainsi que du poids inférieur des impôts — 120 millions de pesetas en 1914 contre 250 millions de liras en 1908 —, nous croyons que la partie de la production espagnole qui peut être considérée comme revenu, n'est pas inférieure à 27 et demi %, lequel capitalisé à 4 % fait 29.625 millions. Afin d'éviter une évaluation supérieure, nous considérons le matériel agricole — lequel valait au moins 500 millions de pesetas — compris dans le chiffre rond de 30 milliards (1).

Bestiaux. — En multipliant les diverses espèces existant en 1914 (2), par le prix moyen par tête, nous trouvons 2.500 millions de pesetas.

Mines. — Selon les statistiques officielles, la production des minerais s'élèverait, en 1913, à 269,74 millions de pesetas (3). La valeur moyenne de cette production était de 1909 à 1913, de 227 millions.

On a coutume de capitaliser à 5 % la moitié de la production pour arriver à la valeur des mines, mais pour nous convaincre de la justesse de ce calcul, nous tâcherons de trouver, pour l'Espagne, la partie de la production qui peut être considérée comme revenu net. En 1913, 111.445 hommes, 2.321 femmes et 16.000 garçons travaillaient dans les mines, et si nous appliquions un salaire moyen de 4,50 pesetas aux hommes, et de 2 pesetas pour les femmes et les garçons (4) pendant 250 journées de travail, nous trouvons 135 millions de pesetas. Les frais d'administration, impôts et amortissement du matériel, fixés ensemble à 30 millions, ajoutés à cette dernière somme, il ne resterait donc comme revenu à capitaliser que la somme de 105 millions, soit 40 % pour 1913. Capitalisant cette partie de la production

(1) Le chiffre de 500 millions pour le matériel agricole serait le 1,75 % de la richesse agricole quand le pourcentage pour la France en 1892 était le 1,92 % et en 1913 était de 1,21 % pour la Bulgarie, 2,79 % pour la Belgique et 8,75 % pour la Suède.

(2) Le total des têtes de bétail était de 27.763.000 en 1913.

(3) On trouve les totaux de la production minière extraits des publications de la « Dirección General de Minas » dans l'*Anuario Estadístico de 1925*.

(4) Le salaires des mineurs en 1913 selon des données officielles publiées à la page 113 de l'*Anuario Estadístico de España 1922-23* variaient dans la région minière des Asturies de 2,60 à 5,57 pesetas selon les divers travaux exécutés, mais la plus grande partie des ouvriers touchaient des salaires dépassant 4 pesetas.

à 5 $\frac{0}{100}$, nous aurions, pour la moyenne 1909-1913, 1.800 millions et pour 1913, 2.160 millions.

Afin d'éviter toute exagération, nous fixerons la valeur d'avant-guerre des mines à 2 milliards de pesetas.

Richesse Urbaine. — Nous avons vu que le Vicomte d'EZA et M. BARTHE ont trouvé la valeur des maisons en Espagne en capitalisant le revenu probable, mais nous ne sommes pas certains des 500 millions de M. BARTHE, ni des 600 millions du Vicomte — qui ne nous dit pas comment il a trouvé ses 15 milliards; nous supposons qu'il a capitalisé 600 millions à 4 $\frac{0}{100}$ —.

Une autre méthode a été suivie par les auteurs qui ont calculé la richesse de l'Espagne d'après guerre; M. CEBALLOS et la Banque Urquijo multipliaient le nombre de maisons par le prix moyen de vente, et le prix moyen existant dans le *Registro de Hipotecas* respectivement et trouvaient des valeurs excessives. Cette dernière méthode de la proportion entre les patrimoines vendus et le patrimoines totaux conduit, dans ce cas, à des résultats non satisfaisants. En appliquant les prix moyens des années 1909-1914 trouvés pour des sources diverses — fonds urbains aliénés avec ou sans prix ou par actes de dernière volonté, hypothéqués ou libérés — nous sommes arrivés à des résultats différents avec un minimum de 19.301 millions et un maximum de 49.196 millions pour les 4.900.000 maisons existant en Espagne en 1914 (1). Si nous eussions appliqué un coefficient d'évasion nous serions arrivés à des chiffres plus élevés.

Ce résultat nous démontre que, bien que les prix moyens peuvent nous servir pour calculer la hausse de valeur moyenne de la propriété urbaine, ils ne sont pas représentatifs du prix moyen actuel de tous les fonds urbains. Ce manque de représentation est dû à plusieurs causes, mais la principale est les diverses vélocités de vente des fonds situés dans les grands centres de production ou consommation, et des fonds qui se trouvent dans les villes peu actives, ou dans les villages et campagnes. Dans les grands groupements

(1) En appliquant aux 4.900.000 maisons les divers prix moyens, nous trouvons :

	Mill. de pesetas
Avec le prix moyen d'un fonds urbain aliéné par actions de dernière volonté.	27.082
» » » » » » » moyennant prix	19.301
» » » » » » » sans qu'un prix soit payé. .	32.110
» » » » » » » hypothéqué.	49.196
» » » » » » » libéré	32.110
» » » » » » » pour le total des fonds	22.859

urbains, surtout si ce sont des centres producteurs, la vélocité de vente est très fortement influencée par l'activité croissante de l'industrie, du commerce et du trafic exigeant un grand nombre de bâtiments qui doivent être construits tout de suite et au prix actuel même s'il est élevé, ou bien acheter, parfois dans des conditions très favorables pour le vendeur. Le désir de l'industriel et du commerçant d'amplifier ses entreprises, lui fait vendre ou hypothéquer des fonds urbains de sa propriété ou de celle de son épouse, et, par contre, beaucoup de gens d'affaires, arrivant à un certain âge, abandonnent la vie active et emploient une partie de leurs capitaux pour des biens stables. Toutes ces circonstances aident à accélérer la vélocité de vente qu'achève d'influencer la construction de maisons pour des entrepreneurs ayant pour but de les vendre tout de suite.

Dans les villes qui ne sont pas des centres producteurs ou distributeurs, dans les villages et les campagnes qui se voient abandonnés d'un grand nombre de leurs habitants allant vers des centres producteurs, des effets contraires se produisent. Construire ou acheter des maisons est une mauvaise affaire, de même que placer de l'argent en hypothèque en approchant du prix actuel de vente. Les loyers ne montent pas, les propriétaires ne vendent par leurs fonds sans un grand besoin. En outre, la tendance, dans les familles, à posséder une maison qui passera d'une génération à l'autre, entrave aussi la vélocité de vente.

On comprendra que le prix des maisons situées dans les grandes villes pèse de plus dans la moyenne du prix des fonds urbains aliénés, et pourtant, cette moyenne ne représente pas le prix moyen actuel de tous le fonds urbains, mais lui est supérieure (1).

Afin de trouver la valeur de la propriété urbaine, on devrait former divers groupements de bâtiments et appliquer à chaque groupement un prix moyen.

Nous avons profité d'une différence faite dans les statistiques officielles (2) des fonds urbains enregistrés en propriété ou inscrits pour la première fois en possession. Ces fonds sont divisés en trois groupes selon leur superficie, ce qui nous permet de trouver un prix moyen pour chaque groupe et de former le tableau suivant:

(1) En 1910 il y avait, en Espagne, 78 villes de plus de 20.000 habitants avec un total de 4.552.653 habitants et 443.334 bâtiments. Le 22,76 % de la population logeait dans le 9,05 % des maisons.

(2) Les données que nous utilisons se trouvent dans l'*Anuario Estadístico* de 1915.

TABLEAU n° 5.

Superficie	Fonds urbains enregistrés en propriété (1909-1914)			Fonds urbains inscrits pour la 1. ^{re} fois en possession (1909-1914)		
	Nombre de fonds	% du total	Prix moyen pesetas	Nombre de fonds	% du total	Prix moyen pesetas
Moins de 500 M.	10.137	61,84	2 107	42.877	72,92	726
Plus » » . .	747	4,56	24.360	1.915	3,26	23.062
Inconnue . . .	5.509	33,60	1.908	14 006	23,82	538

Le fonds inscrits pour la première fois en possession se prêtent plus à l'évasion ainsi qu'on peut le voir en comparant les prix moyens. Nous appliquerons les prix moyens des fonds enregistrés en propriété aux trois groupes que nous trouvons en appliquant les pourcentages trouvés ci-dessus au total des bâtiments existants en Espagne en 1914 : 4.900.000. à peu près.

En nous basant sur les pourcentages des trois classes pour les fonds enregistrés en propriété, nous trouvons 15 milliards environ ; en appliquant les pourcentages trouvés pour les fonds inscrits pour la première fois en possession, nous relevons 13.650 millions, en chiffres ronds. Ce dernier chiffre mérite la confiance car les pourcentages sont calculés sur un nombre de fonds 3 fois 1,2 plus grand, mais pour éviter une valeur moindre causée par l'évasion que peut influencer les prix moyens même pour les fonds enregistrés en propriété, nous porterons le second total à 14 milliards et demi de pesetas. Ce chiffre donnerait un prix moyen pour une maison de 2.950 pesetas. Le prix moyen était en France de 6.500 Frs, et en Italie de 3.500 liras. La France étant plus riche que l'Espagne, et l'Italie ayant une population plus dense, nous ne croyons pas trop bas le prix moyen trouvé pour l'Espagne.

Monnaie. En 1913, dans les coffres-forts de la Banque d'Espagne, se trouvaient : 472 millions de pesetas en or, et 716 millions en argent. En y ajoutant 250 millions de monnaie métallique en possession des particuliers, et 1.924 millions en billets de banque, nous trouvons 3.362 millions. Un peu moins de la moitié peut être considéré en possession des particuliers ; nous compterons donc dans le total de la richesse 1.600 millions de pesetas.

Mobilier. — L'importance du mobilier dépend, avant tout, du climat, qui est doux dans les plus riches régions de l'Espagne.

Quand nous avons critiqué la valeur pour le mobilier que trou-

vait M. BARTHE, nous avons fait allusion aux valeurs moyennes du mobilier dans quelques pays. Ces valeurs moyennes, par tête, sont de 460 Frs. pour l'Australie selon une évaluation officielle, de 415 Frs. pour le Canada selon COATS, et le Prof. GINI a trouvé pour l'Italie 325 livres. La moyenne que nous donnons pour l'Espagne de 275 pesetas est plus basse que celle de l'Italie, mais on doit considérer, ainsi qu'il est dit plus haut, que les régions les plus riches de ce dernier pays, se trouvent bien plus au Nord que les régions espagnoles.

Dans le total de la richesse espagnole, nous devons compter 5.600 millions pour le mobilier.

Dette Publique. — Le total de la dette de l'Etat s'élevait à 9.322 millions de pesetas, mais nous devons retirer 1.028 millions de la dette extérieure, ce qui nous reste 8.300 millions environ.

Valeur des Banques, Sociétés et Compagnies. — Selon les statistiques officielles que nous avons reproduites en faisant la critique de l'évaluation du Vicomte d'EZA, le total des actions et obligations soumises à l'impôt, était, en 1913, de 8 milliards (en chiffres ronds). De ce chiffre, nous devons déduire le montant des valeurs minières : 850 millions, et celles des Compagnies de Navigation : 200 millions, car nous avons évalué directement le capital des minières et nous comprenons le capital des Cies de Navigation dans les moyens de transport (c. Meubles divers). Aux 7 milliards restant, nous devons ajouter le capital des petites sociétés non inscrites, et déduire la différence entre la valeur nominale et la valeur effective des titres ainsi que les titres publics ou industriels qui sont comptés dans l'actif des sociétés. Le capital des petites sociétés non inscrites n'était pas très important, et la somme à déduire n'étant pas inférieure à 1 milliard, nous compterons seulement 6 milliards.

Dépôts d'Epargne. — N'ayant pas de données suffisantes pour calculer la différence entre tous les crédits et toutes les dettes des particuliers, nous compterons seulement les 500 millions de Dépôts d'Epargne et omettrons les comptes courants et autres activités.

Meubles divers. — Cette classe comprend des éléments divers de richesse qu'il est difficile de calculer directement, et qui, mis ensemble, forment une valeur calculée de 5 à 10 % du total de la richesse. Ces éléments sont les provisions et réserves en magasin, moyens de transport terrestres et maritimes (exception faite des chemins de fer), les machines et outils des entreprises industrielles et commerciales qui ne sont pas des Sociétés Anonymes, les armes, articles de luxe et de sport, etc... Nous pouvons trouver directement les provisions

et réserves qu'on a calculées comme étant le tiers du total de la production.

La production espagnole en 1913 valait 8.420 millions de pesetas, soit 4.300 pour la production agricole, 1.250 pour l'élevage du bétail, 270 millions pour les minières, et 2.600 millions pour les produits de l'industrie. En y ajoutant l'augmentation de valeur due au commerce: 20 % pour les produits de la terre, des bestiaux et des minières, et 30 % pour les produits de l'industrie, nous arrivons à un total de 10.400 millions environ, soit pour le tiers: 3.466 millions.

Pour le complément, moyens de transport, machinerie, outils des artisans, etc... nous croyons pouvoir compter 3 milliards et demi. Le total des « Meubles divers » serait de 7 milliards, soit un pourcentage de 9.1 % sur la richesse totale.

TABLEAU n° 6. -- *Résumé de la richesse de l'Espagne d'avant-guerre. (1914)*

	(millions de pesetas)
Agriculture	30.000
Bestiaux	2.500
Maisons.	14.500
Mines	2.000
Mobilier	5.600
Monnaie	1.600
Dette Publique	8.300
Valeurs des Banques, S.tés et Compagnies.	6.000
Dépôts d'Epargne.	500
Meubles divers	7.000
	78.000
Différence entre les valeurs industrielles espagnoles détenues par des étrangers, et les valeurs étrangères détenues par des Espagnols	1.000
Total	77.000

La richesse par tête. — L'Espagne avait en 1913, 20.300.000 d'habitants, soit 3.800 pesetas.

Comme moyen de contrôle, nous avons les données relatives aux successions pour l'Espagne et pour l'Italie, qui est un pays d'économie semblable. La moyenne des successions lourdes pour les années 1905/1909 fut de 725,5 millions de pesetas pour l'Espagne, et de 1.108,5 millions de liras pour l'Italie et la richesse de ce dernier pays était évaluée, par le prof. GINI, à 111 milliards.

En faisant usage de la méthode des multiplicateurs et en supposant les conditions économiques absolument égales, nous devrions

trouver pour l'Espagne, 72.600 millions de pesetas. Le chiffre que nous avons trouvé surpasse ce dernier de 6,66 % seulement.

Un autre moyen de contrôle nous est fourni par le pourcentage occupé dans le total par les biens immobiliers (fonds rustiques et urbains ainsi que minières) lequel varie régulièrement de 55 à 65 %. D'après notre évaluation, les immeubles valent 60,4 % du total.

Le revenu de l'Espagne en 1914. — Si l'évaluation de la richesse de l'Espagne n'est pas facile, il l'est moins encore de trouver son revenu, et les auteurs qui ont cherché le montant de ce revenu nous donnent des chiffres non vraisemblables. Des deux évaluations du revenu espagnol immédiatement avant guerre que nous connaissons, l'une est due à M. BARTHE (1), et l'autre au Prof. BERNIS (2); le premier trouvant 5.704 millions de pesetas, et le second: 5.905 millions. Ces revenus seraient les 7,4 % et les 7,8 % du chiffre que nous avons trouvé pour la richesse de l'Espagne.

Ce pourcentage est invraisemblable et dans le tableau ci-après nous indiquons les pourcentages de divers pays.

TABLEAU n° 7. — *Pourcentage du revenu par rapport à la richesse privée de quatorze états.*
(avant-guerre)

Pays	Richesse par tête (francs)	Pourcentage du revenu (1)
Etats Unis	10.706 (Officiel, King)	17,3
Australie	8.500 (Gini)	14,3 — 14,9
Angleterre	8.029 (Stamp)	15,5
France	7.650 (Pupin, Théry)	12,5
Belgique	7.200 (Gini)	12,7 — 13,6
Pays-Bas	7.100 (Gini)	12,2 — 13,3
Allemagne	6.161 (Helferich)	13
Danemark	5.200 — 5.600 (Gini)	15,3 — 15,5
Suède	3.700 — 3.800 (Gini)	16,7
Italie	3.125 (Gini)	17,1 — 18
Autriche Hongrie.	3.055 (Fellner)	17,7
Bulgarie	2.000 — 2.300 (Gini)	17,8 — 18
Yougoslavie	1.700 — 2.000 (Gini)	18,1 — 18,2
Japon	1.300 — 1.400 (Gini)	17,1

(1) Les deux chiffres que nous donnons pour quelques Etats, correspondent aux limites maximum et minimum de la richesse, du revenu ou des deux à la fois. Les chiffres concernant la richesse et le revenu trouvés par le prof. GINI ont été publiés dans le résumé *Quelques chiffres sur la richesse et les revenus nationaux de quinze Etats* (3). Les autres ont été pris dans l'article de Sir JOSIAH STAMP *The Wealth and Income of the Chief Powers* (4).

(1), (2), (3) et (4) Voir Ouvrages consultés.

En omettant les Etats-Unis et l'Australie lesquels sont des pays où se forment toujours des richesses nouvelles dont la première phase est une augmentation du revenu, ainsi que l'Angleterre, centre des affaires d'un grand Empire et où les hauts salaires des ouvriers avaient une influence sur le revenu, nous voyons que le pourcentage du revenu de la richesse va en augmentant à mesure que la richesse diminue. L'Espagne qui, par sa richesse moyenne, se trouve tout près de la Suède, devrait posséder un revenu théorique qui serait le 16,5 % de sa richesse. Diverses circonstances parmi lesquelles, le niveau des salaires et le plus grand volume de la Dette Publique, font baisser ce pourcentage, mais, malgré tout, on voit que le 7,4 ou le 7,8 % sont excessivement bas (1).

Nous examinerons les diverses sources du revenu et nous tâcherons de trouver un chiffre qui soit plus concordant avec les résultats trouvés pour les autres pays.

Revenu agricole. — Les 4.300 millions de la production agricole se décomposaient, d'après notre étude basée surtout sur des données statistiques des publications officielles, comme suit :

TABLEAU n°. 8. — *Distribution de la production agricole d'avant-guerre.*

	millions de peseta
Rente des propriétaires 30 milliards à 4 %.. . . .	1.200
Salaire des ouvriers :	
(3.680.000 hommes et 356.000 femmes, — (une femme compte pour les 2/3 d'une unité de travail — soit 3.920.000 unités de travail à 2 pesetas pendant 250 jours) . . .	1.960
Dépense d'administration et intérêt du capital employé . . .	320
Coût de la production :	
Semences	300
Impôts	120
Engrais	200
Travail animal	150
Amortissement du matériel agricole . 50	820
Total	4.300

Pour l'élevage du bétail, nous ne pouvons pas utiliser des données certaines. Nous considérerons que les bestiaux produisent 50 % de leur valeur. Ainsi le total de la production du bétail (viande, lait,

(1) Dans la discussion qui suivit la lecture du mémoire de Sir J. STAMP *The Wealth and Income of the Chief Powers* dans la « Royal Statistical Society » de Londres, Sir FELIX SCHUSTER faisait observer que la proportion entre la richesse et le revenu trouvés pour l'Espagne par M. BARTHE (8 %) n'était pas assez élevée.

laine et cuirs, travail et fumier) serait de 1.250 millions de pesetas. Nous avons évalué les dépenses à 600 millions pour la nourriture et le logement, 200 millions pour les salaires des bergers et des autres ouvriers, et les 450 millions qui restent, seraient le revenu des propriétaires, le salaire des administrateurs et l'intérêt du capital employé.

Si nous ajoutons les chiffres trouvés pour l'élevage du bétail à ceux qui forment le revenu de la terre, nous trouvons un total de 4.130 millions: 1.970 millions pour le revenu des propriétaires, salaires des administrateurs et intérêt du capital employé, et 2.160 millions pour les salaires des ouvriers.

Revenu des maisons. — Nous avons trouvé 14 milliards et demi comme valeur de la propriété urbaine en Espagne. En fixant comme revenu moyen net 4 ‰, nous devons compter dans le total du revenu 580 millions de pesetas pour les bâtiments.

Intérêt du capital. — Dans cette classe du revenu, nous comprenons seulement le revenu des valeurs publiques, (dette intérieure, obligations municipales et provinciales) et l'intérêt des prêts des particuliers et les bénéfices des Banques. En escomptant l'impôt, il nous reste 500 millions environ.

Revenu industriel. — Nous avons évalué la production industrielle d'avant-guerre à 2.600 millions de pesetas environ, y compris les produits de la pêche et de l'industrie du tabac, en déduisant de ces derniers le revenu de l'Etat.

Si nous y ajoutons 600 millions de l'industrie des transports (le produit brut des chemins de fer et des tramways était, en 1911, de 390 millions, puis en ajoutant les transports par mer et par traction automobile et animale) nous obtenons un total de 3.200 millions duquel nous devons ôter le coût des matières premières et l'amortissement du matériel, 900 millions approximativement. Les ouvriers industriels, en général, y compris ceux des transports et les pêcheurs montaient à 1.300.000, et en leur attribuant un salaire moyen de 1.000 pesetas par an, le total des salaires s'élèverait à 1.300 millions. Nous devons également retirer 50 millions (appointements d'employés déjà comptés) et la différence des 950 millions sera la somme des appointements des directeurs et administrateurs, l'intérêt des valeurs industrielles et les bénéfices de toutes les entreprises vouées à l'industrie étant ou non sociétés anonymes.

Le revenu industriel serait donc de 2.250 millions.

Revenu du commerce. — En appliquant un pourcentage de 20 ‰ aux produits agricoles et aux mines et 30 ‰ aux produits indus-

triels, nous sommes arrivés à un total de 2 milliards environ pour le commerce. Nous ne croyons pas ces pourcentages exagérés en tenant compte de l'éparpillement des entreprises commerciales en Espagne. Des 2 milliards, nous retrancherons 500 millions pour les dépenses et les salaires des employés déjà comptés, de sorte qu'il reste 1.500 millions comme revenu général du commerce.

Employés. — Pour trouver les appointements des employés, nous ne pouvons pas nous servir de la statistique de l'impôt sur le revenu du travail personnel laquelle nous donne un chiffre de 448 millions. Nous devons compter les appointements exemptés et ceux qui évitent le fisc partiellement en baissant le chiffre de leur revenu. Ainsi, selon les statistiques officielles, le revenu annuel moyen d'un Directeur Gérant serait de 2.890 pesetas, le gain d'un torero, pelotari, etc... serait de 1,013 pesetas et les acteurs comiques gagneraient en moyenne 362 pesetas par an.

Nous tâcherons de trouver un chiffre total du revenu de cette classe. Les appointements des employés de l'Etat s'élevaient, en 1911, à 400 millions de pesetas environ : en ajoutant 78 millions pour les classes passives et 70 millions pour les employés des provinces et des municipalités, 20 millions pour les toreros, pelotaris, acteurs comiques et dramatiques, etc... et 350 millions pour les employés de l'industrie, du commerce et des bureaux particuliers, nous obtenons 918 millions que nous porterons à 945 millions pour l'année 1914.

L'impôt sur le revenu du travail personnel était, en 1913 de 44 millions que nous devons retrancher. Nous fixerons 900 millions (en chiffres ronds) pour le revenu des employés.

Artisans. — Pour les artisans et le travail à domicile en général, nous compterons seulement 300 millions.

Professions libérales. — Des 142.561 Espagnols voués aux professions libérales selon le recensement de 1910, nous devons retirer ceux qui reçoivent des appointements de l'Etat ainsi que les artistes comiques et dramatiques. Aux 90.000 restants (en chiffres ronds) nous attribuons un revenu moyen de 5.000 pesetas, soit un total de 450 millions.

Serviteurs en général. — Selon le Recensement de 1910, il y avait, en Espagne, 11.500 garçons, 41.000 valets et 280.000 servantes, auxquels nous assignerons un revenu total de 100 millions de pesetas.

TABLEAU n^o. 9. — *Résumé du revenu de l'Espagne en 1914.*

(Source de revenu)	(millions de pesetas)
Agriculture et élevage du bétail	4,130
Maisons	580
Mines	235
Industrie	2.250
Commerce	1.500
Employés en général	900
Intérêt du capital (non compris le capital industriel et commercial)	500
Artisans	300
Professions libérales	450
Serviteurs en général	100
	10.925
Passif de la balance des paiements	200
Total du revenu	10.745

Ce chiffre serait 14 % environ de la richesse que nous avons trouvée pour l'Espagne. Le revenu par tête serait de 530 pesetas.

PORTUGAL.

Nous connaissons seulement deux évaluations de la richesse du Portugal : celle de MULHALL lequel nous donne un chiffre de 411 millions de livres sterling, soit 10.378 millions de francs, et celle de M. DE ANDRADE dans son livre déjà cité *Portugal Economico*, qui donne un total de 2.000.000 - 2.500.000 contos, soit 11.200 à 14.000 millions de francs.

L'évaluation de M. DE ANDRADE date d'avant-guerre et même en considérant son maximum, nous la croyons trop peu élevée. Nous ne possédons pas de données très abondantes concernant les différentes classes de richesse, mais malgré tout, nous tâcherons de donner un chiffre pour le capital portugais d'avant guerre, chiffre que nous ne croyons pas très éloigné du montant réel de la richesse du Portugal (1).

LA RICHESSE DU PORTUGAL EN 1914.

Agriculture. -- L'étude de la valeur de ce facteur, le plus important de la richesse portugaise, a été tentée par M. J. DE CAMPOS

(1) L'étude de la richesse du Portugal avait été commencée par le Prof. GINI lequel nous a gracieusement cédé les matériaux qu'il avait réunis à cet effet.

PEREIRA (1) lequel arrive, pour le, capital agricole, à un chiffre total de 2.500.000 contos, chiffre que l'on voit de suite exagéré, donc suivant le pourcentage que la richesse agricole tient dans la richesse totale, nous trouverions, pour celle-ci, 5.000.000 de contos, soit 28 milliards de francs, chiffre évidemment trop élevé. Mais d'autre part, tel quel, le livre de M. DE CAMPOS PEREIRA est une étude très approfondie de l'agriculture portugaise et contient de nombreuses données pour toutes les classes de culture. En se basant sur ses données, on peut atteindre des résultats bien moins élevés, l'auteur ayant capitalisé non pas le revenu des propriétaires, mais les bénéfices des cultivateurs.

M. DE CAMPOS PEREIRA nous donne pour les diverses cultures la valeur de la production par hectare et les dépenses de culture. D'après celles-ci, on trouve le montant du revenu payé au propriétaire; en élargissant le calcul on peut arriver à fixer le total du revenu et, capitalisant celui-ci, trouver la valeur du capital. Ce calcul avait été réalisé par le Prof. GINI trouvant un total de 1.500.000 contos. Comme moyen de contrôle, nous tâcherons de calculer pour notre compte, on nous basant sur la valeur de la production, celle du capital agricole.

Notre calcul se basant sur la valeur de la production, nous devons, tout d'abord, fixer le plus exactement possible cette valeur. Tous les auteurs que nous connaissons ayant donné un chiffre du revenu agricole (2) n'ont pas dépassé 200 millions de contos en comprenant la valeur des produits du bétail. M. DE CAMPOS PEREIRA fixe la valeur de la production agricole à 370 millions de contos; nous croyons ce chiffre trop fort et donc nous chercherons où peut être l'exagération.

Pour aider à la compréhension de notre raisonnement, nous re-

(1) L'étude de l'agriculture portugaise réalisée par M. J. CAMPOS PEREIRA se trouve dans son important ouvrage *A propriedade rustica em Portugal*, etc... (V. Ouvrages consultés).

(2) M. ANSELMO DE ANDRADE dans son ouvrage intitulé *Portugal Economico* (page 77) croit très proche du vrai le calcul fait dans un Mémoire publié en 1908, lequel donnait comme valeur de la production agricole 200.000 contos. Le Prof. SARTORIO DE MONTE PEREIRA dans les *Notas sobre Portugal* en 1908 croyait également que 200.000 contos était un maximum pour la valeur de la production agricole. De même, le Prof. D'AZEVEDO, dans son mémoire *A situação económica de Agricultura Portuguesa* (V. Ouvrages consultés) page 45, fixe le chiffre de 200.000 contos comme valeur de la production totale agricole, 13 % correspondant aux produits du bétail.

produisons le tableau qui se trouve à la page 375 de l'ouvrage de M. CAMPOS PEREIRA.

TABEAU n.^o 19 - *Resumé de la valeur de la production agricole du Portugal.*

Produits	Valeur en Contos	Valeur en millions de Francs.
Céréales	54.700	306
Pommes de terre	7.000	39
Légumes, fruits et produits du jardinage en général	180.000	1.008
Vignes	36.000	202
Oliviers	13.000	73
Forêts	25.000	142
Bestiaux	54.000	302
Total	370,000	2.072

En omettant même les produits d'élevage du bétail, nous obtenons 316 millions de contos, et les 57 $\frac{1}{2}$ de cette somme sont formés par les légumes, fruits et jardinage que l'auteur comprend dans le titre unique des « Vergers », et c'est dans la valeur des produits des vergers que se trouve l'exagération, un excès de calcul qui a son influence sur tous les résultats auxquels arrive M. CAMPOS PEREIRA.

Afin de montrer clairement cet excès de calcul, nous comparerons avec le chiffre de 1 milliard de francs la valeur qu'on attribue en Espagne à tous les produits de la terre qui peuvent être compris dans la classe « Vergers ». La valeur totale de ces produits (légumes, légumes, racines, tubercules, bulbes, plantes industrielles, pommes de terre et fruits) était de 1.158 millions de pesetas contre 1.047 millions de francs, pour une semblable production portugaise. Si nous considérons que la population de l'Espagne est le 333 $\frac{1}{3}$ de celle du Portugal, et les exportations de ces produits beaucoup plus importantes en Espagne, on est certain de la surévaluation trouvée par M. DE CAMPOS PEREIRA de la valeur des produits de la classe « Vergers ».

M. DE CAMPOS PEREIRA trouve la valeur de la classe « Vergers » en appliquant à la surface qu'il attribue à cette culture, une valeur moyenne pour les diverses régions; mais l'extension qu'il accorde à cette culture, 1.267.000 hectares, est également exagérée. De tous les auteurs qui nous donnent un calcul des terres cultivées en Portugal, seuls M. DE CAMPOS PEREIRA et l'éminent Prof. SARTORIO DE CAMPOS PERE-

IRA (1) fixent un chiffre pour l'extension du terrain destiné à la culture des légumes et du jardinage. Mais, le chiffre fourni par le Prof. DE MONTE PEREIRA (6 % des 4.800.000 hectares du sol portugais qu'on utilisait en 1900, soit 288.000 hectares) est un quart de celui trouvé par M. DE CAMPOS PEREIRA.

Si nous comparons les totaux de l'étendue utilisée du sol portugais que nous donnent les divers auteurs, nous voyons une évidente exagération dans le chiffre de M. DE CAMPOS PEREIRA :

TABLEAU n°. 11. — *Extension utilisée du sol portugais.*

(cultivée et d'inculte production)

	Hectares
Prof. de Monte Pereira (1900)	4.800.000
Carta Agricola (1) — 1902) —	5.000.000
M. de Campos Pereira (1915)	7.700.000
Prof. d'Azevedo (1920)	7.000.000

(1) Evaluation officielle.

Nous croyons que des 1.267.000 hectares que M. DE CAMPOS PEREIRA attribue à la culture de la classe « Vergers » — qu'il trouvait en déduisant des 2.337.775 hectares que la Carta Agricola nous disait voués aux *Culturas Arvenses e horticolas*, les 1.193.000 hectares de la part destinée à la culture des céréales et en ajoutant le produit de quelques correction, — on doit escompter les terrains qui se trouvent en repos et ceux qu'on utilise pour l'obtention des prés artificiels.

Si nous déduisons, en outre, les 700.000 hectares qui excèdent l'évaluation la plus élevée, pour 1914, la déduction serait plus importante, une grande partie de cette déduction serait affectée aux 1.267.000 hectares de la classe « Vergers ». Nous ne croyons pas que l'on puisse comprendre dans cette classe plus de 600.000 hectares; en Espagne, l'extension réservée aux cultures similaires, y compris les 713.000 hectares de plantes industrielles, était de 2.077.000 hectares. En nous basant sur des données officielles de la production de quelques légumes (2) pour 1915 et 1916, nous obtenons des chiffres qui sont un huitième de la production espagnole.

Après toutes ces considérations, nous croyons que les 180.000

(1) Le calcul du Prof. SARTORIO DE MONTE PEREIRA se trouve dans une étude sur les céréales dans l'ouvrage *Le Portugal au point de vue agricole* (V. Ouvrages consultés).

(2) Ces données se trouvent dans la *Estatistica Agricola. Anos colheitas de 1915-1916 à 1918-1919*. (V. Ouvrages consultés).

contos que M. DE CAMPOS PEREIRA croyait être la valeur de la production des « Vergers », doivent être réduits à un tiers, soit 60.000 contos ou 330 millions de francs, ce qui serait plutôt un maximum. Nous aurions, ainsi, pour le total de la production portugaise, d'avant guerre, 250.000 contos et en déduisant les produits du bétail 196.000 contos, ce chiffre étant le plus élevé qu'on ait trouvé, parce que si des 200.000 contos du Prof. D'AZEVEDO, nous déduisons également les produits du bétail qu'il donne comme les 13 $\frac{0}{10}$, il nous resterait la somme de 174 000 contos.

Si nous appliquons comme taux de capitalisation des 200.000 contos de la production agricole en chiffres ronds le 30 $\frac{0}{10}$ de cette production à 4 %, nous obtenons 1.540.000 contos comme valeur du capital agricole. La valeur du bétail était évaluée officiellement à 36.000 contos, chiffre évidemment bas pour 1906, et les animaux de cour valaient environ 3.000 contos, mais nous devrions également compter le matériel agricole.

Nous fixerons pour le total de l'agriculture portugaise, y compris le bétail et le matériel agricole, le chiffre de 1.600.000 contos (1).

Maisons. — Dans une publication du Prof. BENTO CARQUEJA (2), nous avons trouvé des données sur le revenu des maisons en Portugal. Il évaluait le revenu pour 1890 à 12.950 contos. En considérant l'augmentation des prix de 1890 à 1914 et l'accroissement de la population qui, dans cette période, avait été de 20 $\frac{0}{10}$, nous trouverons un coefficient d'accroissement de 40 $\frac{0}{10}$ avec un résultat de 18.200 contos pour 1914, lequel capitalisé à 4 $\frac{0}{10}$ nous donne 455.000 contos comme valeur des maisons.

Dettes Publiques. — Suivant le tableau n° 1 (b) des *Exposés sur la situation financière des pays représentés à la conférence*, « Conférence financière internationale de Bruxelles 1920 », la dette publique intérieure du Portugal était, le 31 Décembre 1913, de 466.000 contos.

Monnaie. — Le papier monnaie en circulation pendant l'année 1913 se montait à 87.000 contos (3). L'encaisse métallique et la monnaie de métal détenue par les particuliers devait se monter à environ 40.000 contos. La monnaie de toutes classes entre les mains

(1) Notre résultat, ainsi que celui trouvé par le Prof. GINI, dont nous avons déjà parlé, se contrôlent mutuellement. Comme on le voit, notre résultat est très peu supérieur au résultat trouvé par le Prof. GINI suivant une autre méthode.

(2) Cette publication est *O imposto e a riqueza publica em Portugal* (V. Ouvrages consultés).

(3) Ce chiffre se trouve dans le *Memorandum sur les Monnaies* publié par la Société des Nations (V. Ouvrages consultés).

des particuliers peut être, comme nous l'avons dit, évaluée à un peu moins de la moitié: nous compterons donc 60.000 contos.

Dépôts d'Épargne. — L'« Anuario Estatístico » du Portugal (1) nous donne la valeur des dépôts d'épargne en 1910 dans les « Caixas Economicas » soit 21.800 contos et dans la « Caixa Economica portuguesa », 6.400 contos avec un total de 27.200 contos.

Capital industriel. — Des données incomplètes concernant l'industrie portugaise se trouvent dans l'ouvrage cité de M. DE ANDRADE et dans celui de M. MARVAUD, *Le Portugal et ses colonies* (2), mais l'auteur qui nous offre une étude d'ensemble de l'industrie du Portugal est M. DE CAMPOS PEREIRA dans son livre *Portugal industrial* (3). Cet ouvrage contient des données sur le nombre d'usines et d'ouvriers, le capital, la production, la valeur de la production et l'exportation; mais ces données ne sont malheureusement pas complétées pour toutes les industries. Il nous donne le capital pour 14 classes et en utilisant des données partielles qui se trouvent dans son ouvrage, et en ajoutant celles puisées à d'autres sources, nous sommes arrivés à fixer le capital probable pour quelques autres. Les résultats sont groupés dans le tableau suivant :

TABLEAU n°. 12. — *Valeur du capital pour les principales activités industrielles en Portugal.*

Industries	Contos
Farine, pain, etc	50.000
Pêche	6.000
Conserves alimentaires	7.500
Ciment	1.000
Sucre	4.000
Textiles (Coton)	30.000
« (laine)	8.000
« (lin).	800
Moulins d'huile	15.000
Minières, eaux minérales, salines et carrières	40.000
Chemins de Fer	150.000
Tramways	8.000
Tanneries	15.000
Tabac	9.000
Allumettes	4.500
Fromage et beurre	3.000
Papier et pâte	1.160
Chapellerie	650
Total	353.610

(1), (2) et (3) (Voir Ouvrages consultés).

Ce total peut être porté à 400.000 contos si nous voulons y comprendre le capital des activités industrielles qui n'y sont pas comptées. Cinq d'entre elles (liège, tonneaux, céramiques, chaussures et arts graphiques) employaient 29.000 ouvriers, et les autres étaient aussi importants (bâtiment, spectacles, coutellerie, etc...).

Des 400.000 contos nous devons déduire le capital étranger placé en Portugal, qui ne s'éloigne pas beaucoup de 150.000 contos (les chemins de fer, les tramways, les minières et les monopoles du tabac et des allumettes étant en grande partie possession d'étrangers). Nous devrions ajouter, d'autre part, le capital portugais placé à l'étranger, lequel était fixé par M. DE ANDRADE à 30.000 contos et par M. MARVAUD à 100.000 contos. Ce dernier chiffre est trop élevé, mais le capital portugais placé à l'étranger pour trouver la sécurité qu'il n'avait pas chez lui, était, croyons-nous, d'environ 50.000 contos; nous déduirons donc seulement 100.000 contos, ce qui laisse comme valeur du capital industriel portugais 300.000 contos.

Mobilier — Nous avons calculé, pour l'Espagne, une moyenne par tête de 275 pesetas. Le Portugal ayant une population éminemment rurale, nous compterons seulement 40.000 reis par tête avec un total d'environ 250.000 contos.

Meubles divers. — Cette classe ne contient pas les mêmes éléments de richesse qu'elle comprenait pour l'Espagne; la machinerie des entreprises qui ne sont pas des Sociétés Anonymes étant comptée dans le capital industriel. Nous devons aussi tenir compte de l'insignifiance de la marine marchande portugaise (24 bateaux faisant un total de 67.000 tonnes pour le trafic colonial) et de la moindre importance de la partie des réserves qui est constituée par les produits industriels et minéraux, c'est pour cela que l'on doit appliquer au total des autres classes de richesse un coefficient plus bas que celui qui serait trouvé pour l'Espagne; celui-ci étant de $10\frac{0}{10}$, nous appliquons, pour le Portugal, $6\frac{0}{10}$, ce qui donne un résultat de 195.000 contos. Nous arrivons ainsi au total de la richesse portugaise.

TABLEAU n°. 13. — *Résumé de la richesse du Portugal en 1914.*

	Contos
Agriculture (y compris les bestiaux et le matériel agricole)	1.600.000
Maisons	455.000
Mobilier	250.000
Monnaie	60.000
Dette Intérieure	466.000
Dépôts d'épargne.	27.000
Capital Industriel.	300.000
Meubles divers	195.000
Total	3.353.000

Ce total de 3.353 000 contos soit environ 18.800 millions de francs, divisé par 6.100.000 habitants nous donnerait une richesse par tête de 550.000 reis, soit 3.082 Francs. La richesse immobilière serait le 58,3 % de la richesse totale, ce pourcentage étant abaissé par le volume considérable de la dette.

REVENU D'AVANT GUERRE DU PORTUGAL.

Il n'est pas aisé de trouver des données suffisant au calcul du revenu pour le Portugal, mais si nous ne pouvons pas le calculer directement, nous tâcherons, quand même, de parvenir à un chiffre, ne serait il qu'approximatif, pouvant nous donner une idée du montant probable du revenu portugais.

Dans un livre de M. POINSARD qui a pour titre *Le Portugal inconnu* (1) on trouve 35 monographies de familles portugaises et pour vingt d'entre elles on peut arriver facilement au montant du revenu de la famille; et, avec quelques difficultés, car il ne fixe pas la part de revenu réservée à l'alimentation, on peut fixer également le revenu pour neuf autres familles. Ainsi l'a fait le Professeur GINI trouvant un revenu total de 62.422 Francs pour les 29 familles, avec un revenu moyen par tête (ces familles comptaient 160 membres) de 390 Frs, et, quoiqu'avec une légère augmentation (l'ouvrage de M. POINSARD étant publié en 1910), nous pouvons considérer cette somme comme minimum; donc, pour la plupart, les revenus sont de familles de travailleurs.

Si nous appliquions aux 6.100.000 habitants du Portugal un revenu moyen de 400 Frs soit comme résultat 2.440 millions de Frs ou 435.400 contos, celui-ci peut être considéré comme limite inférieure du revenu, ce chiffre étant 13 % environ du total de la richesse, quand, théoriquement, le pourcentage devait être de 18 % (2).

Pour l'Espagne, le pourcentage théorique était de 16,5 % et le chiffre trouvé pour le revenu était seulement les 14 % du total de la richesse. Nous croyons ce pourcentage diminué par le volume de la Dette et le niveau peu élevé des salaires. Ces mêmes circonstances peuvent diminuer également celui du Portugal: la Dette publique intérieure était les 10,77 % de la richesse en Espagne, et les 13,8 % en Portugal, mais les 13 % sont trop bas, surtout pour un pays aussi agricole que le Portugal.

(1) Voir Ouvrages consultés.

(2) Voir le tableau n° 7.

En appliquant 15 " nous obtenons 500.000 contos (en chiffres ronds) soit 2.800 millions de Frs, et ce résultat est, à notre avis, le plus rapproché du résultat réel. Mais, pour ne pas commettre une surévaluation, on peut fixer le revenu du Portugal d'avant guerre de 450.000 à 500.000 contos, soit 2.622 à 2.800 millions de Frs.

Le revenu moyen, par tête, serait de 73.770 à 82.000 reis ou 413 à 460 Francs, environ.

LA RICHESSE ET LE REVENU DE L'ESPAGNE ET DU PORTUGAL AVANT LA GUERRE COMPARÉS AVEC CEUX DE VINGT-QUATRE AUTRES ETATS.

Nous avons formé un tableau avec la richesse et le revenu de vingt-six Etats classés par ordre suivant l'importance de leur richesse par tête.

A côté des Etats créés par le traité de Versailles tels que la Pologne, la Tchécoslovaquie, et la Yougoslavie, ou ceux qui ont subi des changements dans leur territoire comme la Roumanie et la Bulgarie pour lesquels le Prof. GINI trouva la richesse et le revenu correspondants à 1913 dans leur forme actuelle, on trouve la richesse de vieux Etats disparus comme l'Autriche-Hongrie, ou qui ont subi une diminution de leur territoire comme l'Allemagne et la Russie.

Nous avons cru nécessaire de mettre les évaluations de ces derniers pays à côté des autres puisqu'il n'existait pas d'évaluations de richesse pour l'Allemagne, l'Autriche-Hongrie et la Russie dans leur extension actuelle se référant à 1914.

TABLEAU n°. 14. — *La richesse et le revenu d'avant-guerre de vingt-six états (1).*

Pays	Auteur de l'évaluation	Richesse Privée		Richesse Nationale		Revenu	
		Total (mill/ds)	Par tête (francs)	Total (mill/ds)	Par tête (francs)	Total (mill/ds)	Par tête (francs)
Nouv. Zel. .	Gini	12	10.900	14	12.700		
Etats Unis .	Off.-King	1.060	10.706			183	1.818
Argentine .	Bunge	60,6	8.585				
Australie .	Gini	42	8.500			6-6,25	1200-1250
Angleterre .	Stamp	366	8.029			56,8	1.262
Canada . .	Gini			70-71	9100-9200		
France . .	Pupin-Théry	303	7.650			38	945
Belgique .	Gini	55	7.200	60	7.800	7-7,5	910-980
Pays Bas .	Gini	45	7.100			5,5-6	880-960
Allemagne .	Helferich	418	6.161			54,3	757
Danemark .	Gini	15,5-17	5.200	18,5-19,5	6000-6500	2,4-2,6	800-860
			-5.600				
Suisse . .	Gini	20,2	5.176				
Espagne . .	Vandellós	77	3.800			10,7	530
Suède . .	Gini	21-21,5	3.700	24,5-25		3,5-3,6	620-640
			-3.800				
Norvège . .	Gini			9-10	3700-4100	1,5-1,7	620-670
Italie . .	Gini	111	3.125			19-20	530-557
Tchécoslov.	Gini			56-58	4000-4200	7,6	550
Portugal. .	Vandellós	18,8	3.082			2,6-2,8	415-460
Antr. Hong.	Fellner	156,5	3.055			27,8	530
Pologne . .	Gini			80-85	3000-3200		
Roumanie .	Gini			45	2.900		
Bulgarie. .	Gini	9-10	2.000	11-13	2500-2900	1,6-1,8	360-400
			-2.300				
Russie . .	Neymarch	303	2.146				
Yougoslavie	Gini	22-26	1.700	30-35	2300-2700	4-4,7	310-370
			-2.000				
Japon . .	Gini	72-73	1.300			12,3-12,5	230
			-1.400				
Indes Brit. .	Gini			150-185	470-580	30-35	90-110

(1) Le chiffres concernant les Etats Unis, l'Angleterre, la France, l'Allemagne, l'Autriche, la Suisse, l'Argentine et la Russie ont été pris dans le mémoire de Sir J. Stamp, *The wealth and income of the Chief Powers*, et ceux qui ont rapport aux autres pays, exception faite de l'Espagne et du Portugal, ont été publiés par le Prof. Gini dans son article *Quelques chiffres sur la richesse et les revenus nationaux de quinze Etats*, ainsi que dans le livret *A comparison of the wealth and national income etc.* . . (V. Ouvrages consultés).

LA RICHESSE ET LE REVENU DE L'ESPAGNE APRÈS LA GUERRE.

Afin que l'on puisse se former une idée, même approximative, des changements que la guerre a apportés à la richesse et au revenu de l'Espagne, nous avançons quelques chiffres, résultat provisoire de nos études sur la situation économique de la Péninsule Ibérique après la guerre.

Les chiffres ont été groupés en un tableau montrant la même distribution des classes de richesse que dans le tableau n° 6. Les données sur lesquelles nous avons basé nos calculs se rapportent, en grande partie, aux années 1922 et 1923.

Les méthodes suivies pour l'élaboration des chiffres sont absolument les mêmes que celles employées pour avant la guerre. Quelques modifications y ont pris place; nous avons, par exemple, considéré comme revenu agricole les 25 ⁰/₁₀₀ de la production, et non les 27.5 ⁰/₁₀₀ comme pour avant la guerre, afin de trouver la valeur du capital. Le revenu des maisons a été fixé dans le 5 ⁰/₁₀₀ du capital, et non le 4 ⁰/₁₀₀; de plus, nous n'avons fait aucune diminution dans le chiffre total de la richesse pour le surplus des valeurs espagnoles possédées par les étrangers sur les valeurs étrangères possédées par les Espagnols. Donc, si nous ne croyons pas le rapport renversé en notre faveur — une grande partie des valeurs étrangères achetées par les Espagnols pendant ou après la guerre ayant subi des pertes considérables dues à l'écroulement du mark et de la couronne, et à la dépréciation du franc et de la lire — la balance peut être considérée comme à peu près équilibrée.

TABLEAU n°. 15. — *La richesse de l'Espagne après la guerre.*

	(millions de pesetas)
Agriculture	60.000
Bestiaux	7.000
Maisons.	25.000
Mines	3.000
Mobilier.	13.000
Monnaie	3.900
Dette Publique	13.000
Valeurs des Banques, Sociétés et Comp.ies	12.500
Dépôts d'Epargne.	1.600
Meubles divers	16.000
Tota	155.000

La richesse par tête — divisant le total par la population de l'Espagne au 1^{er} Janvier 1923, soit 21.575.000 environ, — serait de 7.184 pesetas. Mais si nous réduisons les chiffres en proportion de la perte du pouvoir d'achat interne de la peseta qui pour les deux années 1922-23 était en moyenne selon les nombres indices officiels de 174 ‰, il resterait une richesse totale de 89 milliards, soit 4.125 pesetas par tête.

L'augmentation absolue serait de 15,6 ‰, mais la richesse par tête serait augmentée de 8,5 ‰ seulement.

Le pourcentage des immeubles, terres, maisons et minières dans le total de la richesse, lequel était avant la guerre de 60,4 ‰, devient les 56,8 ‰.

Quant au revenu, n'ayant pu le calculer directement en examinant ses diverses sources comme nous l'avons fait pour 1913, les données du Recensement de 1920 sur la distribution des diverses classes de la population active n'étant pas encore publiées, on doit se servir de la méthode des multiplicateurs pour arriver à un résultat probable.

C'est ainsi que, nous servant des chiffres donnés comme valeur de la production, nous déduirons le montant du revenu.

TABLEAU n° 16. — *Valeur de la production.*

	(en millions de pesetas)	1923	1913
Agriculture.		9.200	4.300
Bestiaux		3.300	1.250
Minières		390	270
Industrie		7.000	3.000
Commerce		4.680	2.000
Total		24.570	18.820

Le total de 1923 est les 225,2 ‰ du chiffre que nous trouvons pour 1913-14 et, en appliquant ce pourcentage au total du revenu d'avant guerre — soit 10.745 millions — nous obtenons 24.200 millions. Pour les totaux d'avant la guerre, nous déduisons 200 millions du passif de la balance des paiements, mais pour après la guerre cette balance est devenue proportionnellement plus favorable et cependant ce revenu devrait subir une l'augmentation. D'autre part, le revenu des propriétaires de maisons et des professions libérales n'ayant pas augmenté dans la même proportion que le volume de la production, nous admettrons comme revenu d'après-guerre le chiffre de 24 milliards de pesetas, soit 1.112 pesetas par tête.

Si nous tenons compte de la perte du pouvoir d'achat interne et si nous divisons ces deux chiffres par 174, le résultat (13.800 millions pour le revenu total, et 639 pesetas par tête) démontrerait un accroissement absolu du revenu de 28,4 ‰, l'augmentation relative étant de 20,6 ‰, ayant trouvé pour avant la guerre un revenu de 530 pesetas par tête.

Le revenu d'avant-guerre était les 14 ‰ de la richesse, et pour après la guerre les 15,5 ‰. Cet accroissement du revenu comparé avec la richesse est dû à la diminution proportionnelle du volume de la Dette Publique avec l'inflation, aux limitations imposées à la hausse des loyers, — lesquelles s'ajoutant à l'augmentation du taux de l'intérêt, ont eu pour cause une réduction de la valeur du capital proportionnellement plus grande que celle du revenu des maisons, — et, en outre, à la diminution de l'épargne destinée à l'accroissement du capital, ayant pour cause une plus grande participation proportionnelle des salaires dans les revenus agricoles et industriels, l'amélioration du *Standard of Life* et un accroissement très important des dépenses de luxe (1).

Ces diverses causes ont produit une grande différence dans l'augmentation de la richesse ainsi que dans celle du revenu; nous avons vu que, tenant compte de l'accroissement de la population — soit 6,28 ‰ de 1913 à 1923 — le revenu avait augmenté de 20,6 ‰ et la richesse de 8,5 ‰ seulement.

COMPARAISONS INTERNATIONALES D'APRÈS GUERRE.

Le Professeur CORRADO GINI a calculé la richesse d'après guerre de l'Italie, de la France, de la Belgique, du Royaume Uni et des Etats-Unis (2).

Pour que la comparaison des divers chiffres entre eux fût facile, il les réduisit en dollars, et pour que cette comparaison puisse s'étendre avant la guerre, il réduisit également en dollars les derniers résultats d'avant-guerre, et il les divisa ensuite par la perte du pouvoir d'achat du dollar suivant les nombres-indices du « Bureau of Labor ».

(1) Voir nos articles *Quina era la riquesa d'Espanya en 1924?* dans « *Economia i Finances* » Barcelone. 11 et 25 Juillet 1925, et *Sobre la declaración del valor en venta y del valor en renta de las fincas rústicas y urbanas* dans la « *Revista Nacional de Economia* ». Madrid et Barcelone. Tome XXII N° 65 Janvier-Février 1926.

(2) Ce calcul se trouve dans *A comparison of the wealth and income of several important nations* etc. . . » (V. Ouvrages consultés).

Nous ferons de même avec les chiffres trouvés pour l'Espagne afin de les rendre comparables.

Les données que nous empruntons à la publication du Prof. GINI se réfèrent aux premiers mois de 1925, tandis que les nôtres sont basés sur les années 1922-23. Nous préférons les maintenir telles quelles car les reporter à 1924 ou 1925 les rendrait moins certaines. Ces deux dernières années ont été les plus critiques de la situation monétaire espagnole, les besoins de la campagne marocaine ont apporté une inflation toujours croissante qui a atteint son maximum absolu en Décembre 1924, tandis que les prix atteignaient le maximum relatif de la période allant du début de 1922 au milieu de 1925, ces prix suivant le mouvement de l'inflation avec trois mois de retard.

Le change opérait le mouvement contraire; le prix du dollar diminuait pendant que les prix s'élevaient et le rapport des nombres indices des prix de gros des deux pays était presque stable.

Avec des circonstances ainsi troublées, nous croyons impossible de pouvoir reporter les chiffres de 1922-23 à 1924-25.

En réduisant les chiffres que nous avons fixés pour la richesse et le revenu, soit au total ou par tête, en dollars suivant le change moyen de 1922-23, et divisant les résultats par la moyenne des nombres indices du « Bureau of Labor » pour la même période, nous obtenons les chiffres suivants :

1922-23	TOTAUX (millions de dollars)	PAR TETE (dollars)
Richesse	15,318	710
Revenu	2.371	110

Les comparant aux résultats calculés par le Professeur GINI, lesquels chiffres se trouvent aux tableaux des pages 36, 37 et 39 de son ouvrage cité, nous pouvons former le tableau suivant:

TABLEAU. n° 17. *Comparaison de la richesse et du revenu d'avant-guerre et d'après-guerre de six états.*

(en dollars d'avant-guerre)

Pays	Avant la guerre				Après la guerre			
	Richesse (milliards)	par tête (dollars)	Revenu milliards	par tête (dollars)	Richesse (milliards)	par tête (dollars)	Revenu (milliards)	par tête (dollars)
Espagne	14,9	731	2,07	102	15,3	710	2,37	110
Italie	21,4	596	3,76	105	14,1	349	2,56	64
France	57,9	1455	7,24	182	32,6	825	4,89	124
Belgique	10,6	1377	1,40	182	7,3	931	1,11	141
Royaume Uni	68,1	1471	10,95	237	74,4	1642	12,00	265
Etats-Unis	200,00	2040	33,00	337	240,00	2105	44,21	388

En comparant les chiffres d'après guerre avec ceux d'avant-guerre nous pouvons former les nombres-indices suivants :

TABLEAU n° 18. *Nombres-indices de la richesse et du revenu d'après-guerre*
1913 = 100

	Richesse	par tête	Revenu	par tête
Espagne	103,1	97,0	114,4	107,8
Italie	65,9	58,6	68,1	60,9
France	56,3	56,7	67,5	68,1
Belgique	68,9	67,6	79,3	77,5
Royaume Uni	109,3	111,6	109,6	111,8
Etats-Unis	120,0	103,2	134,0	115,2

Les chiffres du tableau précédent montrent la grande perte subie par la France, l'Italie et la Belgique dans le pouvoir d'achat international de leur richesse et de leur revenu. L'Espagne voit sa richesse diminuer de 3 % par tête. Le Royaume Uni et les Etats-Unis ont augmenté le pouvoir d'achat de leur richesse et leur revenu.

Le niveau de la richesse et du revenu des quatre premiers Etats est influencé fortement par la faute de correspondance du change

sur New-York par rapport aux nombres-indices des prix de ces pays et de ceux des Etats-Unis. Il serait plus élevé si le change correspondait à la parité des pouvoirs d'achat, ce qui se réaliserait dans les circonstances normales.

Pour avoir une idée de l'influence du déséquilibre susdit, nous reproduisons les tableaux des pages 42 et 43 de l'ouvrage cité du Professeur GINI, en y ajoutant les données pour l'Espagne. Dans le tableau suivant on a éliminé le dit déséquilibre, en supposant que le change « réel » correspondait exactement avec le change « théorique », ou soit le rapport des nombres indices des cinq premiers Etats avec ceux des Etats Unis.

TABLEAU n^o. 19. — (en dollars d'avant-guerre)

Pays	Richesse (milliards)	par tête (dollars)	Revenu (milliards)	par tête (dollars)
Espagne	17,2	797	2,66	123
Italie	16,5	411	3,01	75
France.	37,1	940	5,57	141
Belgique	8,1	1.045	1,24	159
Royaume Uni	71,1	1.570	11,70	258
Etats Unis	240,0	2.105	44,21	388

Et, en comparant ces chiffres à ceux contenus dans le tableau n^o 17, correspondant à 1914, nous trouvons les nombres indices suivants dans lesquels 1914 est 100:

TABLEAU n^o 20.

Pays	Richesse	par tête	Revenu	par tête
Espagne	115,4	109,0	128,5	120,6
Italie	77,3	68,9	80,0	71,0
France	64,2	64,6	76,9	77,4
Belgique	76,9	75,9	88,4	87,1
Royaume Uni	106,4	106,7	106,9	109,0
Etats Unis	120,0	103,2	134,0	115,1

On voit dans le tableau ci-dessus que l'Espagne souffre autant du déséquilibre du change que les trois autres Etats mentionnés. Ce tableau nous donne également une vision plus optimiste du volume de la richesse et du revenu de ces pays que nous pourrions nommer « potentiel ».

Le jour où la situation monétaire des pays qui ont un change plus élevé que la parité du pouvoir d'achat de leur monnaie avec le dollar, sera arrivée à une réelle stabilisation, on pourra espérer que les chiffres de leur richesse et leur revenu seront bien près de ceux indiqués au tableau n° 19.

Ce fait se produit déjà en Italie où après le règlement des dettes avec les Etats Unis et l'Angleterre, il y a eu, dans les derniers mois, un rapprochement très prononcé du change et du rapport des pouvoirs d'achat.

OUVRAGES CONSULTÉS.

- Anuario estadístico de España. Año 1915.* Madrid, Dirección General del Instituto Geográfico y Estadístico.
- Anuario estadístico de España. Años 1922-23.* Madrid, Dirección General de Estadística.
- Anuario estatístico de Portugal.* 1908, 1909, 1910, Vol. I. Lisboa, Direcção Geral de Estatística.
- BANCO URQUIJO, *La riqueza y el progreso de España.* Madrid, 1924.
- BARTHE ANDRÉ. *Essai d'évaluation de la richesse de l'Espagne.* « Journal de la Société de Statistique de Paris ». Mai, 1917.
- BERNIS Professeur F., *La Hacienda Española.*
- CARQUEJA, Prof. BENTO, *O povo portuguez.* Porto, Livraria Chardron, 1916.
- — *O imposto e a riqueza publica em Portugal.* Porto, 1898.
- CEBALLOS TERESÍ DON J., *El Presupuesto y el potencial financiero de España. Determinación de la fortuna, la renta y el ahorro nacional.* Madrid, 1920.
- Censo de la Población de España.* 1910, Vol. I, II et III. Madrid, Dirección General del Instituto Geográfico y Estadístico.
- Censo da População de Portugal.* 1920, Vol. I. Lisboa, Direcção Geral de Estatística.
- COMISSAO EXECUTIVA DE CONFERENCIA DE PAZ, *A situação economica de Agricultura Portuguesa.* Mémoire présenté par le Prof. MARIO D'AZEVEDO GOMES, Instituto Superior de Comercio. Lisboa, 1920.
- CONFÉRENCE FINANCIÈRE INTERNATIONALE, *Comptes rendus de la conférence.* Tome III. *Exposés de la situation financière des pays représentés à la conférence.* Bruxelles 1920.

- DE ANDRADE A., *Portugal Economico. Theorias e factos*. Coimbra, Fiança Amado, 1918.
- DE CAMPOS PEREIRA J., *A Propiedade rustica em Portugal. Superficies. Produções. Rendimentos. Valores*. Lisboa, Imprensa nacional, 1915.
- — *Portugal industrial. Caracteristicas. Numeros. Comentarios*. Livraria Profissional. Lisboa, 1916.
- DE COSTA CINCINNATO et DE CASTRO D. LUIZ, *Le Portugal au point de vue agricole*. Lisboa, Imprensa nacional, 1900.
- DIRECCAO GERAL DA ESTATISTICA, *Contribucao de Registo. Ano economico de 1914-1915*. Lisboa, Imprensa nacional, 1917.
- — *Contribucao de Registo. Ano economico de 1913-1914*. Lisboa, Imprensa nacional, 1915.
- DIRECCION GENERAL DE CONTRIBUCIONES *Estadística administrativa de la Contribución industrial y de Comercio*. Año 1913.
- — *Estadística de la contribución sobre las utilidades de la riqueza mobiliaria*. Año 1913.
- DIRECCION GENERAL DE LO CONTENCIOSO DEL ESTADO, *Estadística administrativa de los impuestos de Derechos reales y transmisión de bienes*. Año 1913.
- VIZCONDE DE EZA, *El problema económico en España*. Madrid, 1916.
- GINI Prof. CORRADO, *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*. Bocca, Torino, 1914.
- — *Sulle valutazioni della ricchezza nazionale*. «Giornale degli economisti». Juillet, 1919.
- — *Quelques chiffres sur la richesse et les revenus nationaux de quinze Etats*. «Metron», Vol. III, n. 1.
- — *La guerra e la ricchezza nazionale*. «Economia», Trieste, Juillet-Août, 1924.
- — *A comparison of the wealth and national income of several important nations (Italy, France, Belgium, United Kingdom and United States) before and after the War*. Roma, 1925.
- — *La ricchezza comparata delle nazioni*. «Nuova Antologia», Roma, 16 Agosto 1926.
- MARVAUD A., *Le Portugal et ses colonies*. Paris, Alcan, 1912.
- MINISTERIO DE AGRICULTURA. DIRECCAO GERAL DE ECONOMIA E ESTATISTICA AGRICOLA. DIVISAO DE ESTATISTICA AGRICOLA. N. 2. *Estatística agricola. Anos colheitas de 1915-1916 à 1918-1919*.
- POINSARD LÉON. *Le Portugal inconnu*. Paris. Bureaux de la Science sociale, 1910.
- SOCIÉTÉ DES NATIONS. *Mémoire sur les monnaies 1913-1922*. Genève 1923.
- STAMP Sir JOSIAH, *The wealth and income of the Chief Powers*. «Journal of the Royal Statistical Society». London, Juillet, 1919.
- YOUNG GEORGE, *Portugal old and young. An historical study*. Oxford, at the Clarendon Press, 1917.

Pubblicazioni ricevute — Publications reçues
Publications received — Erhaltene Veröffentlichungen

PERIODICI - PÉRIODIQUES - PERIODICALS - ZEITSCHRIFTEN

- Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti, 1923-24 dispense I-X Gennaio-Dicembre; 1924-25 Disp. I-X Gennaio-Dicembre.
- Annali di Economia, Vol. I, 1924, Vol. I, n. 2 1925, Vol. II, n. 1, 1925.
- Bollettino dell'Associazione dell'Industria Laniera Italiana, Anno n. 39. Ottobre-Dicembre; n. 40, Gennaio-Dicembre; n. 41, Gennaio-Maggio.
- Bollettino dell'Associazione Italiana delle Industrie dello Zucchero e dell'Alcool, Anno XVII, Settembre-Dicembre, Anno XVIII, Gennaio-Dicembre.
- Bollettino della Camera di Commercio e Industria di Ancona, Settembre-Dicembre 1924; Gennaio, Febbraio-Aprile, Giugno-Luglio, Settembre-Dicembre 1925, Gennaio-Aprile 1926.
- Bollettino delle Notizie Economiche (ASSOCIAZIONE FRA LE SOCIETÀ ITALIANE PER AZIONI E CONFEDERAZIONE GENERALE DELL'INDUSTRIA ITALIANA), Settembre-Dicembre 1924, Anno X, Gennaio-Dicembre 1925, anno XI, Gennaio-Marzo 1926.
- Bollettino Mensile della Società delle Nazioni, Vol. IV Settembre-Dicembre, Vol. V Gennaio-Dicembre, Vol. VI Gennaio-Aprile.
- Bollettino dell'Emigrazione (COMMISSARIATO GENERALE DELL'EMIGRAZIONE), Anno XXIII, n. 9-12, Settembre-Dicembre, XXIV, n. 1-12, Gennaio-Dicembre, XXV, n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- Città di Milano, Bollettino Municipale di cronaca amministrativa e statistica, Anno XI n. 9-12, Settembre-Dicembre, Anno XII, n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XIII, n. 1-4 Gennaio-Aprile.
- Città di Torino, Bollettino mensile dell'Ufficio del Lavoro e della Statistica, Anno IV, n. 6-12, Giugno-Dicembre 1924, Anno V, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925.
- Città di Venezia, Rivista Mensile, Anno III, n. 7 12, Luglio-Dicembre,

- Anno IV, n. 1-12, Gennaio Dicembre, Anno V, n. 1-2, Gennaio-
Febbraio.
- Club Alpino Italiano, Rivista Mensile**, Anno XLIII, n. 9-12, Ottobre-
Dicembre 1924, XLIV, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925, XLV n. 1-6,
Gennaio-Giugno 1926.
- Comune di Padova, Bollettino Statistico**, Anno XV, n. 3. Ottobre-
Dicembre, Anno XVI, 1924. n. 1,2,3,4 Gennaio-Dicembre, 1923
Anno XVII, n. 1,2,3,4 Gennaio-Dicembre, 1925.
- Comune di Trieste Bollettino dell'Ufficio del Lavoro e della Statistica**,
Anno II, n. 2, Settembre-Novembre, n. 3, Dicembre 1924-Feb-
braio 1925, n. 4, Marzo, n. 5, Aprile-Maggio, Anno I. n. III, Giugno
Agosto 1925, n. 2, Settembre-Novembre, n. 3, Dicembre 1925-Feb-
braio 1926, n. 4, Marzo 1926.
- Brescia nelle industrie e nei commerci**, Anno IV, n. 5-12, Maggio-
Dicembre 1924, Anno V, 1-12, Gennaio Dicembre 1925, Anno VI,
n. 1-5, Gennaio-Maggio 1926.
- Difesa Sociale** (ISTITUTO D'IGIENE, PREVIDENZA ED ASSISTENZA SO-
CIALE) Anno III, Dicembre 1925, Anno IV, n. 1-3 Gennaio-Marzo,
n. 7-12, Settembre-Dicembre 1925, Anno V, n. 1, Gennaio 1926.
- Economia**, Anno II, Dicembre 1924, Anno III, n. 1, 4,5,6,7,8,9,10,
1925, Anno IV, n. 1-4, Gennaio-Aprile.
- Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica**, Anno XXXI. Ot-
tobre 1924, Anno XL, N. 1,2,3,4,5, 6,7,8,9,10,11,12, 1925, Anno
XLI, n. 1-2-3, 1926.
- Giornale di Matematica Finanziaria**, Vol. VI, n. 3-5, Marzo, Vol. VII,
n. 1-5, Gennaio-Dicembre 1925, Anno VIII, n. 1, Gennaio 1926.
- Giornale di Medicina Militare** (MINISTERO DELLA GUERRA), Anno
1924, 7-12, Luglio-Dicembre, Anno 1925, n. 1-12, Gennaio-Di-
cembre, Anno 1926, n. 1-3, Gennaio-Marzo.
- Giurisprudenza del Lavoro** (già *Notiziario del Lavoro*) (CONSORZIO
LOMBARDO FRA INDUSTRIALI MECCANICI E METALLURGICI),
Anno III, fasc. 8-12, Agosto-Dicembre 1924, Anno IV, 1925 fasc.
1-12, Gennaio-Dicembre, Anno V, 1926 fasc. 1-4, Gennaio-Aprile.
- Il Giornale Economico**, Anno II, n. 15-24, Agosto-Dicembre 1924
Anno III, n. 1-24 Gennaio-Dicembre 1925.
- L'Impresa Elettrica**, Anno XXVI, 1924 n. 9-12, Settembre-Dicembre,
Anno XXVII 1925, n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XXVIII,
n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- La Riforma Sociale**, Vol. XXXV, n. 9-12, Settembre-Dicembre 1924,
Vol. XXXVI, n. 1-10, Gennaio-Ottobre 1925, Vol. XXXVII, n. 1-6,
Gennaio-Giugno.

- La Stirpe**, (*Rivista delle Corporazioni Fasciste*), Anno VI, n. 10-12, Ottobre-Dicembre 1924. Anno IV, 1925 n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno IV, 1926 n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- La Vita Italiana**, Anno XII, 1924 n. 10-12 Ottobre-Dicembre, Anno XIII, 1925 n. 1-3, Gennaio-Marzo, n. 5-6, Maggio-Giugno, n. 8-11, Agosto-Novembre, Anno XIV, 1926 n. 1-5 Gennaio-Maggio.
- La Somalia Italiana**, Anno II, n. 4, 6, 7, 8, 9, 11, 1925.
- L'Esplorazione Commerciale**, Anno XV XVI, n. 14, 1925-26.
- L'Italia che scrive**, Anno VII, n. 10-12, Ottobre-Dicembre 1924, Anno VIII, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925, Anno IX, n. 1-6, Gennaio-Giugno 1926.
- Leonardo**, 1925, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1926, n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- La Rassegna d'Ostetricia e Ginecologia**, 1925 n. 1-12, Gennaio-Dicembre; 1926, n. 1-3, Gennaio-Marzo.
- La Rivista dell'assistenza per l'infanzia, maternità e vecchiaia**, Anno I, fasc. VI-VII, 1925; Anno II, fasc. VIII-XI, 1926.
- Rassegna della Previdenza Sociale**, Anno XI, 1924 n. 10-12, Ottobre-Dicembre. Anno XII, 1925 n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XIII, n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- Rivista Bancaria**, Anno V, n. 10-12, Ottobre-Dicembre 1924, Anno VI, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925, Anno VII, n. 1-5, Gennaio-Maggio 1926.
- Rivista di Diritto Commerciale e del Diritto Generale delle Obbligazioni**, Anno XXII, n. 7-12, Luglio-Dicembre 1924, Anno XXIII, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925, Anno XXII, n. 1-5, Gennaio-Maggio.
- Rivista della Tripolitania**, 1924-25, Novembre-Dicembre 1925-26 Gennaio-Giugno.
- Rivista di Politica Economica**, 9-12, Settembre-Dicembre 1924; n. 2, 5, 12, Febbraio-Maggio n. Dicembre 1925; n. 1-5 Gennaio-Maggio 1926.
- Rivista di Diritto Agrario**, n. 3-4, Luglio-Dicembre 1925, n. 1-2-3, Gennaio-Marzo.
- Rivista Internazionale delle Istituzioni Economiche e Sociali**, n. 2-3-4 Aprile-Dicembre 1924, n. 1-4, Gennaio-Dicembre 1925, n. 1, Gennaio-Marzo 1926.
- Rivista Mensile**, n. 1-7, 1925 n. 1-8, 1926.
- Scientia**, Anno XVIII, 1924, n. 11-12, Novembre-Dicembre, Anno XIX, 1925, n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XX, 1926, n. 1-6, Gennaio-Giugno.

- Studi Senesi del Circolo Giuridico della R. Università, Vol. XIII, Serie II, fasc. 3-5, Vol. XIV, Serie II, fasc. 2-5, Vol. XV, Serie II, fasc. 1.
- Statistica dei Fallimenti, Anno II, 1924 Ottobre-Dicembre, Anno IV, 1925 Gennaio-Dicembre.
- Ministero delle Comunicazioni (Ferrovie dello Stato, Bollettino Statistico), Gennaio-Dicembre 1924, Gennaio-Dicembre 1925, Gennaio-Marzo 1926.
- Ministero delle Finanze (Direzione Generale del Demanio e delle Tasse, Bollettino Ufficiale), n. 1-13, Gennaio-Dicembre 1924, n. 1-12, Gennaio-Dicembre 1925, n. 1, Gennaio 1926.
- Ministero delle Finanze (Direzione Generale delle Dogane) Bollettino del Commercio Speciale d'Importazione ed Esportazione, Anno 1924, Luglio-Dicembre, Anno 1925, Gennaio-Dicembre, Anno 1926, Gennaio-Marzo.
- Ministero dell'Economia Nazionale (Direzione Generale del Commercio e della Politica Economica) Bollettino di Notizie Commerciali, Anno II, 1925 n. 49-52, Anno III, 1926 n. 7-18, Febbraio-Maggio.
- Ministero dei Lavori Pubblici, (Ufficio idrografico del R. Magistrato alle Acque, Bollettino Mensile), n. 1-22, 1924 n. 1-12, 1925.
- Ministero dell'Economia Nazionale, (Direzione Generale del Commercio e della Politica Economica) Bollettino di Legislazione Doganale e Commerciale, Anno VII, 1924 n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XLII, 1925 n. 1-12, Gennaio-Dicembre, Anno XLIII, 1926 n. 1-2, Gennaio-Marzo.
- Notiziario Economico della Cirenaica, Anno 1, n. 4-6, 1924-25, Anno II, n. 1, 1925.
- Notizie Periodiche di Statistica Agraria, Aprile-Dicembre 1924, Gennaio-Dicembre 1925, Gennaio-Aprile 1926.
- Notiziario del Lavoro, Anno 1925, fasc. dal 1° al 7°.
- Numeri Indici dei prezzi all'ingrosso della Camera di Commercio di Milano, Anno 1924, Settembre-Dicembre, Anno 1925, Gennaio-Dicembre, Anno 1926 Gennaio-Aprile.
- Opera Bonomelli, n. 9-12, Settembre-Dicembre 1924.

* * *

- Annales d'Eugénique, année V, 1-2 Janvier-Mars.
- Banque Hongroise Italienne, Année I, 1925, 1-3 Octobre-Décembre, année II n. 1 Janvier-Février, 1926.

- Bulletin de la Statistique générale de la France et du Service d'observation des prix, tome XIV, fasc. 2-4, Janvier-Juillet, 1925, tome XV, fasc. 1-2, Octobre-Janvier, 1925-26.
- Cronique Mensuelle des Migrations, n. 40-43, Janvier-Avril, 1926.
- Hygiène du Travail, Année I, 1925-26, n. 1-8.
- Informations Sociales (BUREAU INTERNATIONAL DU TRAVAIL), Vol. XI, n. 11 a 13, Vol. XII, 1 a 13, Vol. XIII, 1 a 13, Vol. XIV, 1 a 13, Vol. XV, 1 a 10, Vol. XVI, 1 a 13, Vol. XVII, 1 a 13, Vol. XVIII, 1 a 7.
- Institut International de Statistique, Bulletin Mensuel, Octobre-Décembre 1925, Janvier-Mai, 1926.
- Journal de la Société de Statistique de Paris, 10-12 Octobre-Décembre, 1924; n. 10-12 Janvier-Décembre, 1925; n. 1-6 Janvier-Juin, 1926.
- Le Mouvement Syndical International, année 1925, n. 1-3 Janvier-Décembre; 1926, n. 1 Janvier-Mars.
- Le Moniteur des Assurances, n. 672 a 693, Octobre 1924-Juin 1926.
- Le Musée Social, n. 10-12 Octobre-Décembre 1924; n. 1 à 12 Janvier-Décembre 1925; n. 1 à 5 Janvier-Mai.
- République Tchécoslovaque, Bulletin Statistique, année V, 1924, n. 10 à 12 Octobre-Décembre; année VI, 1925, n. 1 à 12, Janvier-Décembre, année VII, 1926 n. 1 à 6 Janvier-Juin.
- Revue de la Société Hongroise de Statistique, Avril-Décembre 1924.
- Revue Internationale du Travail, (BUREAU INTERNATIONAL DU TRAVAIL), Vol. X, n. 3-6 Septembre-Décembre 1924; Vol. XI, n. 1-6 Janvier-Juin, Vol. XII, n. 1-6 Juillet-Décembre 1925; Vol. XIII, n. 1-6 Janvier-Mai, 1926.
- Revue de l'Institut de Sociologie, 1923-24, tome II, n. 1-3 Janvier-Mai, 1924-25, tome I, n. 1-3 Juillet-Novembre, tome II, n. 1-3 Janvier-Mai 1925-26, tome I, n. 1-3 Juillet-Novembre.
- Société des Banques Suisses (Bulletin Mensuel), n. 10-12 Octobre-Décembre 1924, n. 1-12 Janvier-Décembre 1925, n. 1-5 Janvier Mai 1926.

* * *

- Bank of Finland (Monthly Bulletin), n. 9 to 12 October-December 1924, n. 1-12, January-December, 1925, n. 1-4, January Avril, 1926.
- Bulletin of the National Wool Association, Vol. 53, n. 1924, Vol. 54, from. n. 1 to n. 4, 1925.
- Business, year 1925 n. 2 12, February December, year 1926 April-March.
- Commerce Report (SUPPLEMENTS TO COMMERCE REPORTS) year

1913 n. 1 to n. 53; year 1924 n. 1 to n. 53; year 1925 n. 1 to n. 50; year 1926 n. 1 to 22.

Dominion of New Zealand, Monthly Abstract of Statistics, Vol. II, n. 8 to 12 1924, Vol. III, from n. 1 to n. 12 1925, Vol. IV, from 1 to n. 4 19.

Ecology, Vol. 5, n. 4, vol. 6 from n. 1 to n. 4. Vol. 7, from n. 1 to n. 2.

Economica, year 1925 n. 12-15, year 1926 n. 16.

Federal Reserve Bulletin, November-December 1925, January 1926.

Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 88, from part 1 to part 4, Vol. 89, part. 1.

Journal of Educational Research, Vol. IX-X 1924 January-December, Vol. XI XII, 1925 January December, Vol. XIII 1926 January-May.

Journal of the American Statistical Association, from n. 143, to n. 153.

Labour Gazette, Vol. IV, n. 7, 1925; Vol. V, n. 6, 7, 8, 9, 1926.

Monthly Summary of Foreign Commerce of the United States (DEPARTMENT OF COMMERCE), from March 1924 to December 1925.

Monthly Labour Review (U. S. DEPARTMENT OF LABOUR BUREAU STATISTICS), Vol XIX, from 1 to 5 1924, vol XX, from 1 to 6 1925.

Monthly Vital Statistics Review (NEW YORK STATE; DEPARTMENT OF HEALTH).

Political Science Quarterly, Vol. 39, from. n. 3 to 4 1924, Vol. 40, from n. 1 to 4 1925.

Proceedings of the Casualty Actuarial Society, Vol. XI, from. n. 22 to 24, year Book 1925.

The American Economic Review, Vol. XIV, from n. 3 to 4 1924, Vol. XV, from n. 1 to n. 4 1925.

The Economic Journal, from n. 135 to n. 140.

The Indian Journal of Economics, Vol. V, parts 3 4, Vol. VI, parts 1-2.

The Industrial Bulletin, Vol. III, n. 12, Vol. IV, from n. 1 to 12, Vol. V, from n. 1 to 7.

The Journal of Political Economy, Vol. 32, n. 5-6, Vol. 33 from 1 to n. 6, Vol. 34, n. 1-2.

The Quarterly Journal of Economics, Vol. 39, from n. 1 to n. 4, Vol. 40, n. 1-2.

Weather Crop and Markets, (UNITED STATES DEPARTEMENT OF AGRICULTURE), year 1924, Vol. II, from n. 11 to 26 with 5 supplements, year 1925, Vol. III, from n. 1 to 25 with 3 supplements, Vol IV. from n. 1 to 26, Vol. V, from n. 1 to 17.

* * *

- Allgemeines Statistisches Archiv, Band 14 Heft 4, Band 15 Heft 1-2.
 Archiv für Soziale Hygiene und Demographie, Band I. 1925 26 Heft 1-4.
 Berliner Wirtschaftsberichte, n. 1-38 1924, n. 1-51 1925, n. 1 16 1926.
 Demographische Rundschau, n. 2 1925, n. 4 1926.
 Kölner Vierteljahrshefte für Soziologie, 4 Jahrg. Heft 3-4 1925, 5 Jahrg.
 Heft 1-2.
 Monatliche Nachweise über den Auswärtigen Handel Deutschlands,
 September-Dezember 1924, Januar-Dezember 1925, Januar-April
 1926.
 Weltwirtschaftliches Archiv, 20 Band Heft 4 1924, 21 Band Heft
 1-2, 22 Band Heft 3-4 1925, 23 Band Heft 1-2 1926.
 Wirtschaftsdienst Weltwirtschaftliche Nachrichten, Heft 39-52 1924,
 heft 1-52 1925, Heft 1-23 1926.
 Zeitschrift für Volkswirtschaft und Sozialpolitik, IV Band Heft 7-12
 1925, V. Band Heft 1-9 1926.
 Zeitschrift des Preussischen Statistischen Landesamts, 1924 2
 Abteilung 1925 1-4 Abteilung.
 Zeitschrift des Sächsischen Statistischen Landesamts, 70-71 Jahrgang,
 1924-1925.

* * *

- Maandbericht van het Bureau van Statistiek der Gemeente Amster-
 dam, Jaargang 9-12, 30 Jaargang 1-12, 31 Jaargang 1-12, 32 Jaar-
 gang 1-12.
 Maandschrift van het Central Bureau voor de Statistiek, 19 Jaargang
 afl. 1-12 1924, 20 Jaargang afl. 1-12 1925, 21 Jaargang afl. 1-6.

* * *

- Eesti Statistika Kuukiri, 1924 n. 10-12, 1925 n. 1-12, 1926 n. 1 8.

* * *

- Norges Offisielle Statistikk. Manedsopgaver over vareomsætnigen med
 utlandet August-December 1924, Janvier-December 1925, Janvier-
 April 1926.
 Norges Offisielle Statistikk. Meddelelser fra det Statistiske Central-
 byra, n. 10-12 1924, n. 1-12 1925, n. 1-4 1926.
 Skandinavisk Aktuarietidskrift, 1924 Heft 1 4, 1925 Heft 1-4.

* * *

Statistický Přehled Zahranicního Obchodu Republiky Československé,
1924 n. 8-12, 1925 n. 1-12, 1926 n. 1-4.

* * *

Boletín de Estadística, n. 8-12 Enero Diciembre 1925.

Boletín de la Dirección General de Estadística de la Provincia de
Buenos Aires, n. 225-232.

Boletim Hebdomadario de Estatística Demografo-Sanitaria, Gennaio
Febbraio 1925.

El Comercio exterior Argentino, Boletín n. 192-195.

Revista de Ciencias Economicas, n. 35 a 57.

Revista de Economía Argentina, Tomo 13, dal n. 14 al n. 78, Tomo
14 dal n. 79 al n. 84, Tomo 15, dal n. 85 al 90, Tomo 16, dal n. 91
al n. 94.

* * *

Statystyka Prahy, 1925 n. 1-12, 1926 n. 1-5.

LIBRI, ANNUARI, OPUSCOLI,
ESTRATTI, ECC.

LIVRES, ANNUAIRES, BROCHURES,
EXTRAITS, ETC.

BOOKS, YEARBOOKS, PAM-
PHLETS, REPRINTS, ETC.

BÜCHER, JAHRBÜCHER, BROSCHÜ-
REN, SEPARATABDRÜCKE, USW.

- ABLOT C. G. *How Deep is the Ocean?* Publication 2733, Washington, Gover. Printing office, 1924, in-8.
- ABRIOL R., *Correlation of death rates from certain diseases with certain economic and housing factors in the Philippine Islands*, Manila, Bureau of Printing, 1922, in-8.
- ADAMS C. C., *An outline of the relation of animals to their inland environments*, Washington, Gover. Print. Off. 1919, in-8.
- ADMINISTRATION CENTRALE DE STATISTIQUE DE L'U. R. S. S. *Recensement Général de l'Union des Republiques Socialistes Soviétiques en 1926*, Moscou, 1925, in-8, pp. 12.
- AGUSSON E., *Sull'attività svolta dal Patronato durante l'anno 1924*, Padova, S. T. E. D. I. V., 1925, in-8.
- ALATI D., *Per lo « Stato Forte »*, Milano, Coop. Graf. degli Operai, 1925, in-8, pp. 20.
- ALBERTOTTI G., *Animus Iurandi*, Milano, Tip. Figli della Provvidenza, in-8, pp. 37.
- ALBERTOTTI G., CIRINCIONE G., SCIMENI E., *Uno scandalo universitario a proposito della cattedra di Clinica oculistica di Milano*, in-8, pp. 26.
- ALBERTOTTI G., *Delictum et crimen nel diritto Romano-Classico e nella Legislazione Giustiniana*, Monza, Arti Poligrafiche, 1924, in-8, pp. 74.
- ALBERTOTTI G., *Sopra la disposizione dei colori ed aberrazione di figura nell'occhio umano*, Roma, Ist. Med. Naz. Form., 1925, in-8, pp. 19.
- ALBERTARIO E., *L'Arbitrium boni viri del debitore nella determinazione della prestazione*, Milano, Tip. Figli della Provvidenza, in-8, pp. 32.
- ALESSIO G., *La funzione dell'insegnamento superiore nel moto della Società Moderna*, Roma, « Nuova Antologia », 1925, in-8, pp. 26.
- ALISON P. W., *Poland*, London, Williams and Norgate, 1925-16, p. 256.
- Almanacco Francescano, Ricordo del VII centenario della morte di S. Francesco 1926*, Padova, 1926, pp. 79.
- Atti della Società Italiana per il progresso delle Scienze. Dodicesima riunione, parte I^a e II^a*, Roma, Soc. It. per il progr. delle Scienze, 1924, in-8, pp. 539 e 221.
- AMOROSO L., *Riserva metallica e parità monetaria*, Roma, « Athenaeum », 1925, in-16, pp. 17.
- *La cinematica economica in un mercato chiuso*, Pavia, F.lli Fusi, 1924, in-8, pp. 29.

- AMOROSO L., *Intorno alla teoria matematica delle Casse Pensioni*, Roma, P. Befani, 1924, in-8.
- ANGELONE R., *Il commercio Italo-Americano durante il 1924. Osservazioni, suggerimenti, consigli*, Washington, R. Ambasciata d'Italia, Delegazione Commerciale, 1925, in-8, pp. 43.
- ASSOC. TRA LE SOCIETÀ ITALIANE PER AZIONI — CONF. GEN. DELL'INDUSTRIA ITALIANA, *Piccolo annuario Statistico Italiano*, Coop. Tip. Castaldi, 1924.
- ANDREADÈS A., *De la Monnaie et de la Puissance d'Achat des Metaux Précieux dans l'Empire Byzantin*, Liège, Imp. H. Vaillant 1924, pp. 50.
- ANTONINI G., *Alcoolismo ed Eugenetica*, Milano, F. Mantovani, 1924, in-8, p. 4.
- ARENA C., *I problemi internazionali dell'emigrazione alla Conferenza di Roma*, Roma, A. Marchesi, 1924, in-8, pp. 86.
- ASSOCIATION OF ITALIAN CORPORATIONS GENERAL CONFEDERATION OF ITALIAN INDUSTRIES, *Statistical abstract for Italy*, Roma, Castaldi, in-16.
- AVANCINI M., *Entità e svolgimento del traffico turistico in Italia*, Roma, « Ente Nazionale per le Industrie Turistiche », Tip. del Senato di G. Bardi, 1925, in 8, pp. 87.
- BACHI R., *La eliminazione delle anomalie monetarie*, Torino, « La Riforma Sociale », pp. 40.
- BACHI R., *Numeri indici delle variazioni di quantità e di prezzo negli scambi commerciali con l'estero*, Roma, XVI SESSION DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE. PROV. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 31.
- BACHI M., *Scritti raccolti per cura di suo Padre*, MCMXXV, pp. 243.
- BACON A. L., *The absolute weight of heart and the spleen*, « National Academy of Sciences 1923 », in-8.
- BALELLA G., *Cenni sulla natura giuridica del contratto privato secondo la legge e secondo la giurisprudenza*, Fasc. V, Roma, Tip. delle Terme, pp. 15.
- BENNI A. S., *La politica doganale italiana*, Lonzani, 1925. in-8. pp. 51.
- BANCA COMMERCIALE ITALIANA-MILANO, *Cenni intorno ad alcuni valori industriali*, 1925.
- BATHER F. A., *National work at the british museums and advancement of learning*, Washington, Gover Print Off., 1919, in-8.
- BARTSCH P., *The bird rookeries of the tortugas*, Washington, Gover. Print. Office, 1919, in-8.
- BÉLA F., *Bodio Lajos K. T. Emlékezele*, Budapest, 1925, in-16, pp. 14.
- BARNICH G., *Essai de Politique Positive basée sur l'énergétique sociale de Solvay avec tableau de synthèse sociale*, Bruxelles, Lebègue e C., 1919, in-8, pp. 410.
- BELLEMO P., *Attraverso la Padania orientale nei tempi antichi*, Milano, Tip. Figli della Provvidenza in-8, pp. 24.
- *Concetto e compiti della geografia economica*, Milano, Tip. Pont. Arciv. S. Giuseppe, in-8, pp. 56.

- BELLUZZO G., *Testo delle disposizioni legislative per la Battaglia del Grano*, Piacenza, 1925, in-16, pp. 30.
- BERRY S. S., *Observations on a Montana Beaver Canal* (Publication 2735), Washington, Gover. Printing Office, 1924, in-8.
- BERNIS F., *Consecuencias economicas de la guerra*, Madrid, 1923, E. Maestre, in-8, pp. XII-388.
- BOBLER E., *Der klassische Begriff der Weltwirtschaft*, pp. 16.
- BONFERRONI C. E., *La media esponenziale in matematica finanziaria*, Bari, Cressati, 1924, in-8, p. 14.
- BOLDRINI M., *Sviluppo corporeo e predisposizioni morbose*, Milano, Soc. Ed. « Vita e Pensiero », in-8, pp. XI-231.
- BORTOLOTTI E., *Antonio Favaro storico delle scienze matematiche*, Bologna, S. P. R., 1924, in-8, pp. 26.
- *L'accademia e l'Istituto di Bologna nel settecento e nel periodo napoleonico*, Bologna, Azzoguidi, 1924, in-8, pp. 10.
- *Origine e Progressi della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, Bologna, Coop. Tip. Azzoguidi, 1924, pp. 20.
- BORSTEIN, CYCHOWSKA. Z. SKOKAWSKI, *L'importance industrielle de la Pologne. Aperçu comparatif sur la production agricole et industrielle, élaboré au Ministère du travail et de l'assistance*.
- BOUSQUET G. H., *Précis de Sociologie d'après Vilfredo Pareto*, Paris, Payot, 1924, in-8, pp. 207.
- BOWLEY A., *Rapport de la Commission sur l'application des méthodes représentatives dans les diverses statistiques*, Cambridge, Un. Press, 1925, in-8, pp. 61.
- BUNDESAMT FÜR STATISTIK, *Statistisches Handbuch für die Republik Oesterreich*, Jahrgang V., Wien, 1924, pp. 171.
- BUNLE H., *L'Alsace et la Lorraine économiques*, Office de Statistique d'Alsace et de Lorraine, Strasbourg, pp. 118.
- BUREAU INTERNATIONAL DU TRAVAIL, *Les conditions de logement au États-Unis*, Genève, 1925, in-16, pp. 55.
- *Bibliographie d'hygiène industrielle, Bibliography of industrial hygiene, Literatur der Gewerbehygiene*, Genève, 1925, in-16, pp. 36.
- *La deuxième Conférence Internationale des Statisticiens du Travail*, Genève, 1925, in-8, pp. 86.
- *La réparation des accidents du travail*, Genève, 1925, in-8, pp. 707.
- *Les problèmes généraux de l'assurance sociale*, Genève, 1925, in-8, pp. 142.
- *La Conférence Internationale des Statisticiens du Travail*, Genève, 1924, in-8, pp. 73.
- *L'Assurance-Maladie*, Genève, in-8, pp. 142.
- *L'Assurance-Chômage, Étude de législation comparée*, Genève, 1925, in-8, pp. 130.
- *La durée du travail dans l'Industrie République Tchecoslovaque*, Genève, 1924, in-8, p. 70.

BUREAU INTERNATIONAL DU TRAVAIL, *Le Problème du Chômage en Grande Bretagne. Les aspects nationaux et internationaux*, Genève, 1924, in-8, pp. 226.

- *Les Allocations Familiales*, Genève, in-8, 1924, pp. 188.
- *Les conditions de vie des ingénieurs*, Genève, 1924, in-8, pp. 93.
Les machines à travailler les bois; dispositif et mesures de protection en Grande Bretagne et en Suisse, Genève, 1925, in-8, pp. 82.
- *Bibliographie d'hygiène industrielle; Literatur der Gewerbehygiene*, Heft 7-8, Genève, 1924, in-8, pp. 41-40.
- *Bibliographie d'hygiène Industrielle; Bibliography of industrial hygiene Literatur der Gewerbehygiene*, Genève, 1925, in-8, pp. 40.
- *Organisations Coopératives, Cooperative Organisations, Genossenschaftsvesen*, Genève, 1925, in-8, pp. 83.
- *La réparation des maladies professionnelles*, Genève, 1925, in-8, pp. 73.
- *Méthodes d'établissement des Nombres-Indices du Coût de la Vie*, Genève, 1925, in-8, pp. 68.
- *Les Méthodes des Statistiques du Chômage*, Genève, 1925, in-8, pp. 66.
- *Les Mouvements migratoires de 1920 à 1923*, Genève, 1925, in-8, pp. 111.
- *Enquête sur la production, Rapport General, Tome IV*, Berger-Levrault Ed. Paris, 1924, pp. 1233.
- *Informations Sociales*, Vol. XV, n. 1, Genève, 1925, pp. 48.

BUREAU OF AGRICULTURAL ECONOMICS, *Hay and feed Statistics 1924*, Washington, Gov. Print Office, 1925, in-8, pp. 112.

BUREAU STATISTIQUE DE L'ETAT-VALST STATISTISKA A PARVALDE, *Les Sociétés d'épargne et de prêts de la Lettonie pour l'année 1923*, Riga, 1924, in-8, pp. 41.

BUREAU OF FOREIGN AND DOMESTIC COMMERCE, *Statistical abstract of the United States*, Washington, Gov. Print. Office, in-8.

Burden of Italian Taxation its Incidence upon the National Income, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 8.

BUSHNELL D. I., *Ojibway habitations and other structures*, Washington, Gover. Print. Office, 1919, in-8.

BROOKS C. E. P., *The correlation of the quaternary deposits of the British isles with those of the Continent of Europe*, Washington, Gover. Print. Office, 1919, in-8.

BRUSCHWEILER C., *Zürichs Aufstieg zur Grosstadt*, 1925, in-8, pp. 8.

CHAMBERLAIN T. C., *The age of the Earth* (Publication 2732), Washington, Gover. Print. Off. 1924, in-8.

CALDERINI A., *La composizione della famiglia secondo le schede di censimento dell'Egitto Romano*, Milano, Tip. S. Giuseppe, in-8, pp. 59.

CAMERA DI COMMERCIO ED INDUSTRIA DI MILANO, *Dati della Campagna Baccologica 1925*.

CAMERA DI COMMERCIO E INDUSTRIA DI MILANO (UFFICIO DI STATISTICA), *Il commercio all'ingrosso delle frutta e verdure in Milano*, Milano, Stab. Tip. La Stampa, Commerciale, 1925, in-8, pp. 125.

- CAMERA DI COMMERCIO ED INDUSTRIA DI BRESCIA, *Il costo della vita e i salari a Brescia dal 1914 al 1919*, Brescia, F. Apollonio e C. 1923, in-8.
- CANNAN E. M. A., *Money, its connexion with rising and falling prices*, London, King e Son, 1918, in-16, pp. 63.
- CARLONI P., *L'ordinamento delle statistiche agrarie e forestali e delle indagini di economia rurale in Italia*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 16.
- CARLI F., *Le teorie sociologiche*, Padova, Antonio Milani, 1925, in-8, pp. 200.
- *Introduzione alla Sociologia Generale*, Bologna, Nicola Zanichelli, in-16, pp. 210.
- CARRARA G., *Il Boicottaggio*, Monza, Arti Grafiche, in-8, pp. 220.
- CARVALHO B., *Aperçu sur les résultats du recensement réalisé au Brésil en septembre 1920*, Population, Agriculture, Industrie, Rio de Janeiro, 1925, in-8, pp. 50.
- CARUSI E., *Diritto e Filosofia*, Bologna, L. Cappelli, 1925, in-8, pp. 360.
- CASANAWICZ I. M., *The Collections of Old World Archeology in the United States National-Museum*, Washington, Gover Print Office, 1924, in-8.
- CASSA NAZIONALE D'ASSICURAZIONE PER L'INFORTUNI SUL LAVORO, *Schema di Statistica degli Infortuni sul Lavoro*, Roma, Tip. R. Garroni, 1921, in-8, pp. 214.
- CASSA NAZIONALE D'ASSICURAZIONE PER GLI INFORTUNI SUL LAVORO, CONSIGLIO SUPERIORE (SESSIONE ORDINARIA TENUTA NEI GIORNI DAL 28 AL 30 LUGLIO 1925), *Insedimento del nuovo Presidente On. Senatore Pietro Sitta. Relazione sull'andamento Amministrativo e Finanziario dell'esercizio 1924*, Roma, 1925.
- CASSA NAZIONALE PER LE ASSICURAZIONI SOCIALI, *La Disoccupazione in Italia, 30 giugno 1925*, Roma, Tip. Coop. Sociale, 1925, in-8, pp. 29.
- *La disoccupazione e l'assicurazione contro la disoccupazione in Italia dal 1919 al 1924*, Roma, Stamp. dell'Istituto C. Colombo, 1925, in-8, pp. 374.
- CASSINA U., *Elenco de approximatione*, Warszawa, « Wiadomosci Matematy egze », 1923, in-8, pp. 4.
- CASTELLANI M., *Sulla frequenza della invalidità*, Leonardo da Vinci, in-8, pp. IV-165.
- CASTRILLI V., *La statistica dell'istruzione superiore*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 18.
- CAUDEL A. N., *An economic consideration of orthoptera directly affecting man*, Washington, Gover Print Off., 1919, in-8.
- Censo de la Republica de Cuba 1919*, in-8, pp. XII-969.
- CENSUS OF ENGLAND AND WALES 1921, *Industry Tables*, London, 1925, IV, 383.
- *Index of Names of Places*, London, 1924, III, 583.
- *Occupations*, London, 1924, II, 303.
- *Jersey, Guernsey and adjacent Islands*, London, 1924, XIX, 37.
- *Isle of Man*, London, 1924, XV, 21.

- CESARI E., *Elementi di Economia*, Ascoli Piceno, Caesar S. E. Libreria, 1925, in-8, pp. 554.
- CESAR A., *La vaccinoterapia pertossica*, Milano, Stucchi-Ceretti, 1924, in-8, pp. 15.
- CESSI C., *Le origini della letteratura greca*, Milano, Unione Tipografica, 1924, in-8, pp. 50.
- CHERRINGTON E. H., *Anti-Saloon League Year Book 1923 America*, pp. 306.
— *Anti-Saloon League Year Book 1924 America*, pp. 216.
- CITTADINI C., *Rivoluzione Economica e Sociale*, Roma, La Poligrafia Nazionale 1924, in-8, pp. 37.
- COLETTI F., *La popolazione rurale in Italia e i suoi caratteri demografici, psicologici e sociali*, Piacenza, 1925, in-8, pp. 262.
— *La demografia come scienza sociologica*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 14.
- COMMANDANT A. R., *Projectiles containing explosives*, Washington, Gover. Print Office, 1919, in-8.
- COMITATO FRIULIANO PER LA NAVIGAZIONE INTERNA, *Relazioni 1920-23*, Udine, Stabilimento Friuliano Tip., 1925, pp. 43.
- COMUNE DI MILANO, *Annuario Storico-Statistico 1920-21*, Milano, 1924, CXCI-542.
- COMUNE DI ROMA, UFFICIO DI STATISTICA, *Annuario Statistico 1914-24*, Roma, Tip. F. Centenari, 1925, in-4, pp. 248.
— *Vita demografica, economica, amministrativa. Tavole statistiche e grafici*, Roma, Tip. L. Cecchini, 1925, in-8, pp. 240.
- CONCORSO EUROPEO PER LA PACE, *Memorie che ottennero i primi premi sui concorsi della pace aperti in Italia, Francia, Germania, Inghilterra sul tema seguente: « Come ristabilire la prosperità e la sicurezza in ciascuno dei detti paesi e in Europa mediante la collaborazione Internazionale »*, pp. 181.
- CORTI U., *Il problema della Finanza Sociale*, Roma, « Grafia », 1924, in-8, pp. 59.
- CONFEDERAZIONE GENERALE DELL'INDUSTRIA ITALIANA, *Sul problema dei debiti interalleati*, Roma, Tip. delle Terme, 1925, in-8, pp. 9.
- CONFERENCE INTERNATIONALE DU TRAVAIL, I^o RAPPORT, I^o ET II^o SUPPL., *Sur la détermination de principes généraux pour l'inspection du travail*, 3 volumetti, Genève, 1923, pp. 228, 44, 34.
- CONFERENCE INTERNATIONALE DU TRAVAIL, RAPPORT III ET SUPPL., *Sur l'arrêt hebdomadaire de vingt-quatre heures dans la verrerie à Bassins*, 2 volumetti, Genève, 1924, pp. 80-28.
- CONFERENCE INTERNATIONALE DU TRAVAIL, RAPPORT IV ET SUPPL., *Sur le travail de nuit dans les boulangeries*, 2 volumetti, Genève, 1924, pp. 99-85.
— *Questionnaire. La réparation des accidents du travail*, Genève, 1924, pp. 59.
— *Rapport sur l'institution d'une procédure d'amendement des conventions*, Genève, 1924, pp. 93.

- CONFERENCE INTERNATIONALE DU TRAVAIL, *Arrêt hebdomadaire de vingt-quatre heures dans la verrerie à Bassins*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 14.
- *Egalité de traitement des travailleurs étrangers et nationaux victimes d'accidents du travail*, Genève, Bureau, Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 18.
- *Codification internationale des règles relatives au contrat d'engagement des marins*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, p. 51.
- *Principes généraux de l'inspection du travail des gens de mer*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 58.
- *Rapport supplémentaire sur la réparation des accidents du travail*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 67.
- *Simplifications à apporter à l'inspection des émigrants à bord*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 45.
- *Travail de nuit dans les boulangeries*, Genève, Bureau Int. du Travail, 1925, in-16, pp. 21.
- COPPINI G., *L'assicurazione infortuni in agricoltura*, Milano, Canevagli e Pinelli, 1924, in-8, pp. 8.
- CORDOVANI M., *L'attualità di S. Tommaso d'Aquin'*, Milano, Tip. Pont. Ed. Arciv. S. Giuseppe, in-8, pp. 126.
- *Rivelazione e Filosofia*, Milano, Un. Tip., in-8, pp. 126.
- CORSI A., *L'applicazione dei principi evangelici nei rapporti internazionali*, Milano, Scuola Tipogr. « Figli della Provvidenza », in-8, pp. 37.
- COULTER J. M., *The social, educational, and scientific value of botanic gardens*, Washington, Govern. Printing Office, 1919, in-8.
- CRIPPS L. D., GREENWOOD M., *From Biometrika, a journal for the Statistical Study of Biological Problems*, vol. XIV, Part. 3, and 4, March, 1923, Cambridge University Press.
- CRISTOFORO S., *Statuto della Cooperativa di emigrazione agricola trentina*, Trento, Tip. Coop. Trentina, 1923, in-8, p. 19.
- CUÉNOT L., *The heredity of acquired characters*, Washington, 1923, in-8.
- CURATO G., *Un caso concreto di collettivismo*, Roma, Athenaeum, 1925, in-8, pp. 4.
- *Un saggio di Economia Provinciale*, Trieste, Tip. del Lloyd Triestino, 1925.
- DAL PIAZ G., DE TONI A., ALMAGIÀ R., *Relazioni della Commissione per lo studio dell'Albania*, Roma, G. Bertero, 1915, in-8, pp. 87.
- DE BERARDINIS L., *La diffusione delle malattie veneree in alcuni eserciti prima e dopo la guerra mondiale*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 22.
- DE FILIPPI F., *Spedizione asiatica*, Roma, G. Bertero 1914 in-8, pp. 8.
- DE MIGUEL A., *Introduccion a la Metodologia Estadistica*, prologo del Prof. Dr. Antonio Flores de Lemus, Madrid, Samurari y Compania.
- DE PORTE I. V., *Life tables for the population of New-York State according to nativity*, « The American Journal of Hygiene », 1924, in-8.

- DELL'AGNOLA C. A., *Matematica generale e finanziaria*, Padova, « La Litotipo », 1925, in-8, pp. 239.
- *Introduzione Matematica alla Statistica*, Padova, La Litotipo, 1924, in-8, pp. 346.
- DE PAZZI, *Antiaventiniana*, Bologna, L. Cappelli, 1924, in-16, pp. 45.
- DE MICHELIS, *Corsi agricoli per colonizzatori italiani*, Roma, Tip. Cartiere Centrali, 1921, in-8, pp. 10.
- DEVAS J., *Columbia the Wooden Toy*, 1925.
- DE' STEFANI A., *La Finanza Italiana al 30 Novembre 1923*, Roma, Libreria dello Stato, 1923, in-8, pp. 23.
- *La ricostruzione Economica e Finanziaria dell'Italia*, Roma, Libr. dello Stato, 1924, in-8, pp. 86.
- *Dal disavanzo all'avanzo*, Roma, Libr. dello Stato, 1924, in-4, pp. 27.
- *Documenti sulla condizione finanziaria ed economica dell'Italia*, Roma, Libr. dello Stato, 1923, in-8, p. 546.
- *Documenti sulla condizione finanziaria ed economica dell'Italia*, Roma, 1923, in-4, pp. 295.
- *Il Bilancio dello Stato e la Politica del Tesoro*, Roma, 1925, in-4, p. 23.
- *Il Bilancio finanziario dell'Italia*, I stampa e II ristampa, Roma, 1924.
- *La Ricostruzione economica e finanziaria dell'Italia*, Roma, 1924.
- *L'Opera finanziaria del Governo Fascista*, Roma, Libr. dello Stato, 1923.
- *Per la difesa della valuta*, Roma, Libr. dello Stato, 1925.
- *I danni di guerra ai beni di terraferma secondo le denunce dei privati e degli enti pubblici locali in Italia con appendice su alcuni danni subiti da beni delle amministrazioni dello Stato*, Roma, Libr. dello Stato, 1925, in-8, p. 88-324.
- *Il Bilancio finanziario dell'Italia*, Roma, Libreria dello Stato, in-8, pp. 30, 1924.
- DE VALLES A., *I pubblici servizi e gli utenti*, Roma, S. P. E. R., 1924, in-8, pp. 16.
- DE VONDERWEID, *La Moneta Virtuale*, 1925, in-16, pp. 16.
- DIRECTION CENTRALE DE LA STATISTIQUE DE L'UKRAINE, *Publications de la Direction Centrale de la Statistique de l'Ukraine*. Kharkoff, 1923, pp. 10.
- DIRETTISSIMA ROMA-SORA-ISERNIA-CAMPOBASSO-FOGGIA-BARI, Roma, 1925.
- DODD E. L., *The Frequency Law of a Function of one Variable*, Rep. from. Bull. A. M. 1925.
- DODD E., *The Greatest and Least Variate under General Laws of Error*.
- DOUGLASS A. S., *Some aspect of the use of the annual Rings of Trees in Climatic Study*, Washington Gover. Print. Office, 1924, in-8.
- DUBLIN L. *Some problems of life extension*, New York, 1924.
- DUBLIN L. L., *The excesses of Birth Control*, New York, Metr. Life Ins. Comp. 1925, pp. 10.
- DUBLIN L. *How can automobile accidents be controlled?* New York, 1924.
- EAST E. M., *Two decades of Genetic Progress*. (Publication 2734), Washington Gover. Print Office, 1924, in-8.

- ELSTON J. S., *International Mathematical Congress Toronto, 1924*, Notes Soc. of America.
- ENTE NAZIONALE INDUSTRIE TURISTICHE, *Italien. Roma. Die Hotels Italiens. Die Kunst in Italien. Der Golf von Neapel. Les Alpes Italiennes. Les Lacs Italiens. La Toscane*, Roma, 1925.
- ESTABROOK L. M., *Proposed world agricultural census of 1930-31*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 8.
- ETADOS UNIDOS MEXICANOS. SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y OBRAS PUBLICAS, *Memoria de la Secretaria de comunicaciones y obras publicas referente al losso de tempo comprendido del 1 de julio 1923 al 31 de julio de 1924*, Mexico, Dep de Publicaciones publicas y trabajos graficos de la S. de G. Y. O. P., 1924, in-8, pp. 146.
- FANNO M., *Alfredo Marshall*, Università Bocconi, 1925.
- FASOLIS G., *L'imposizione degli Stati sovrani*, Roma, «Athenaeum», 1924, in-8, pp. 6.
- FEDERATION SYNDICALE INTERNATIONALE, *Annuaire*, Amsterdam, in-8.
- FERRI E., *Un secolo di omicidi e di suicidi in Europa*, Roma, Prov. Generale dello Stato, in-8, pp. 19, 1925.
- FINZI M., *I falsari nell'Inferno Dantesco*, Firenze, S. Olschki, 1925, in-16, pp. 81.
- FLUX A. W., *Report on the census industrial production*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 78.
- FRANCIONI C., *Le anomalie costituzionali e diatesiche dell'età infantile in rapporto coll'eugenetica*, Milano, F. Mantovani, 1924, in-8, pp. 23.
- FRIEDERICHSEN V., *La Banca centro di attività economiche pubbliche e private*, Venezia, C. Ferrari, 1925, in-8, pp. 17.
- FISHER R. A., *A mathematical examination of the methods of determining the accuracy of on observation by the Mean Error and by Mean Square Error*, 1920, in-16.
- *Note on Dr. Burnside S. recent paper on Errors of Observation*, Cambridge, Un. Press, 1923, in-16.
- *On the Dominance Ratio*. Royal Society of Edinburgh, Session 1921-22, Edinburgh, 1922, in-8.
- *Theory of Statistical Estimation*, Cambridge, University Press. 1925, in-16.
- FISHER R. A. THORNTON H. G., *The Accuracy of the Plating Method of Estimating the Density of Bacterial Populations*, Rothamsted Experiment Station.
- FISHER R. A., *Influence of Rainfall on the Yield of Wheat at Rothamsted*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Serie B., Vol. 213.
- *Statistical Methods for Research Workers*, London, Crew Cutler, 1925, VIII, 238.
- *Some Remarks on the methods formulated in a recent article on «The Quantitative Analysis of Plant Growth»*, Cambridge at the University Press.

- FISHER R. A., *Studies in Crop Variation. I An Examination of the Yield of dressed Grain from Broadbalk.*
- *On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Serie A, Vol. 222, 1922.
- FRISCH R., *Recurrence Formulae for the Moments of the Point Binomial*, From Biometrika, a journal for the Statistical Study of Biological Problems, Vol. XVII parts I and II, June 1925, Cambridge U. Press 1925, in-8.
- FONDILLER R., ELSTON I. S., *Actuarial, statistical and related organizations in the United States and abroad*, New-York L. Street 1924, in-16.
- GARINO-CANINA A., *La finanza del Piemonte nella seconda metà del secolo XVI*, Primo Collegio Artigianelli, 1924, in-8, pp. 142.
- GEDINI G., *Lettere cristiane dai papiri greci del III e VI secolo*, Milano Soc. Ed. « Vita e Pensiero », 1923, in-16, pp. 376.
- GEMELLI A., *Emmanuel Kant (1724-1924)*, volume commemorativo del secondo centenario della nascita, Milano « Vita e Pensiero », 1924, in-8, pp. 323.
- *Religione ed Eugenia*, Milano, 1924, in-8, pp. 16.
- *Il significato filosofico del centenario della canonizzazione di San Tommaso d'Aquino*, Novara Tip. di Novara, in-8, pp. 23.
- GHIGI A., *La teoria della costituzionalità nei suoi rapporti con la dottrina della specie*, Milano, F. Mantovani, 1924, in-8, pp. 8.
- GIUSTI U., *Le grandi città italiane nel primo quarto del XX secolo. Note Statistiche*, Firenze Alfani e Venturi, 1925, in-8, pp. 72.
- *La statistique municipale en Italie.* — Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 15.
- *Les nombres-indices du coût de la vie*, Roma Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 21.
- *Un censimento fiorentino sotto Napoleone I (1810)*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 31.
- GYLLEMBERG W., *Die Anmessung des Sterbetafels*, Il N. 1996, Stoccolma Alinquist e Wiekselles 1925, in-8, pp. 48.
- GOBBATO G., *Corso di Cultura Magistrale. Volpago 1925. Visita al premiato Stabilimento Bacologico*, Treviso Arti Graf. Longo e Zoppelli, 1925, pp. 11.
- GODFREY E. H., *Organization of the official statistics of the Dominion of Canada*, Roma Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 18.
- GORTANI M., *Saggio bibliografico dell'Idrologia sotterranea d'Italia dal 1870 al 1923*, Pavia F.lli Fusi 1924, in-8, pp. 60.
- GOVAERTS A., *Le contrôle physiologique de l'Effort Physique*, in-8, pp. 27.
- *The Influence of Heredity in the Etiology of Tuberculosis*, London 1925.
- *L'Hérédité en Biologie et chez l'Homme*, Bruxelles, in-8, pp. 20.
- GRAZIANI A., *Adamo Smith*, Estratto dagli « Annali di Economia » vol. II N. I, Milano Un. Bocconi, 1925.
- GRAZIADEI A., *La concezione del sopralavoro e la teoria del valore*, Roma, Soc. An. Polg. It. 1925, in-8, p. 43.
- GREER G., *The Ruhr-Lorraine industrial problem*, New York, The Macm. Company, 1925.

- GREENWOOD M., TAPLEY W. W. C., *A further contribution to the experimental study of epidemiology*, Cambridge Atthe Univer. Press. 1925 in-8.
- GREENWOOD M., *Is the Statistical Method of any Value in medical Research?* 1924, in-16, pp. 16.
- *The medical officer of health, as a prophet* in-16, pp. 32.
- GREENWOOD M., WOODS C. THOMPSON R., *Heights and Weights of patients in mental hospitals*. From Biometrika journal for the statistical study of biological problems, Vol. XVII parte I and II june 1925, London, in-8.
- GRILARCY, *Le generazioni del fascismo*, Torino, P. Gobetti, 1924, in-16, pp. 36.
- GRIZIOTTI B. e FOSSATI E., *Problemi italiani del cotone e dell'emigrazione*, Milano Capriolo e Mossimin, 1925, in-8, pp. 49.
- *La Politica finanziaria italiana. Studi sui problemi monetari e finanziari*, Milano, Ist. Edit. Scientifico, 1925.
- GUCCIA G. B.-DE FRANCHIS M., *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo fasc. I Gennaio-Aprile*, Salerno 1925, in-8, pp. 159.
- GUMBEL E. I., From Biometrika a journal for the statistical study of Biological problems Vol. XVI. Parts 3 and 4. December 1924, London Laboratory 1924, in-8.
- HAMILTON W. WRIGHT H., *The Case of Bituminous Coal*, New York. The Macm. Company, 1925.
- HAMILTON J., *New York State Labor Law with amendments, Addition and Annotation to June 1, 1925*, pp. 154.
- Handbook on the commonwealth of Australia*, London, 1925.
- HARMS B. FISHER G., *Der Klassische Begriff der weltwirtschaft*.
- HARPER R. M., *Rural Standards of Living in the South*, parte 1^a.
- Hearing before the Committee on Immigration and Naturalization*.
- HECKE W., *Die Verschiedenheit der deutschen und slawischen Volksvermehrung in Osterreich*, Stuttgart, F. Enke, 1916, in-8, pp. 81.
- HILTON J., *Statistique du Chômage*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 15.
- HINDFREDE M., *Perchè la mortalità degli uomini è più elevata di quella delle donne*, Venezia, 1923, in-8, pp. 16.
- HITCHCOCK A. S., *Floral aspects of the Hawaiian Islands*, Washington, Govern. Print. Office, 1919, in-8.
- HOLLISTER N., *The national zoological park: a popular of its collections*, Washington, Gover. Printing Office, 1919, in-8.
- HOUSE OF REPRESENTATIVES, *Serial 5-A*, Washington, Gover. Print. Office, 1924, IV.
- HRDLICKA A., *Pigmentation in the old Americans with notes on graying and loss of hair*, Washington, Print. Office, 1923, in-8.
- HUBER M., *Rapport sur les modes de constatation des décès et de leurs causes*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, p. 46.
- HUMPHREYS W. I., *Fogs and Clouds* (Publication 2730), Washington, Gover. Printing Office, 1924, in-8.

- Italia e Stati Uniti. Il Debito di guerra e il destino dell'Italia nel mondo*, « Il Carroccio » (The Italian Review), 1925.
- Il progetto per la Università Ebraica sul monte Scopus, Gerusalemme*, Ferrara.
- Index Numbers of the Economic Life of Italy in the Post-war Period*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 15, Table VIII.
- INTERNATIONAL LABOUR OFFICE, *The second International conference of labour Statisticians*, Geneva, 1925, in-8, pp. 79.
- ISTITUTO NAZIONALE DI ASSICURAZIONE CONTRO GLI INFORTUNI, *Relazione Annuale e Conti del 1924*, in-4, pp. 39.
- INSTITUT INTERNATIONAL D'AGRICULTURE, SERVICE DE LA STATISTIQUE GÉNÉRALE, *Annuaire International de Statistique Agricole*, 1924-25. *International Yearbook of Agricultural Statistics*, 1924-25, Rome, Impr. de l'Institut Int. d'Agriculture, 1925, in-8, pp. II-473.
- ISTITUTO NAZIONALE DI ASSICURAZIONE CONTRO GLI INFORTUNI SUL LAVORO PER LA VENEZIA GIULIA E ZARA IN TRIESTE, *La previdenza per gli infortuni sul lavoro nella Venezia Giulia, nella statistica di sette anni*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, p. 57.
- ISTITUTO NAZ. DI GENETICA PER LA CEREALICOLTURA, *Produzioni unitarie conseguite nelle varie regioni italiane con i cereali Strampelli nell'anno agrario 1922-23*, Rieti, Faraoni Fr.lli, 1924, in-8, pp. 73.
- Italian Emigration and the Remittances of Emigrants*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 20.
- JAHIER D., *Il 1° articolo dello Statuto e la libertà religiosa in Italia*, Torino, S. Lattes e C., 1925, in-8, pp. 46.
- JAMES J. D., *Retail Prices 1913 to Decembre 1922*, U. S. Departement of Labor Bureau of Labor Statistics. Washington, Gover. Printing Off., 1923 pp. 224.
- *Wholesale Prices 1890 to 1922*, U. S. Department of Labor Bureau of Labor Statistics, Washington, Government Printing Office, 1923, pp. 224.
- JENSEN A., *On the representative method in Statistics*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 24.
- *The representative method in practice*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 16.
- JULIN A., *Statistique internationale de la production, Industries faisant l'objet de monopoles ou soumises à des droits d'accises*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 41.
- La Colonizzazione in Tripolitania nel 1923*, Estratto dalla « Rivista della Tripolitania », n. 1 1924, Tripoli, P. Maggi, 1924, in-8, pp. 48.
- LAHY J. M., *La profession de dactylographe, étude des gestes de la frappe*, Genève, 1924, in-8, pp. 66.
- LAYTON W. RIST C. *La situation économique de l'Autriche, Rapport présenté au Conseil de la Société des Nations*, (Société des Nations), Genève, 1925.
- LANDMANN J., *Die Schweizerische Volkswirtschaft*, Vol. 2, 1925, p. 388.

- LANDUCCI L., *La riforma dei Codici e il diritto comune*, Pavia, Fr.lli Fusi, 1924, in-8, pp. 41.
- La vie économique allemande pendant la guerre, Annexe: lois et décrets économiques*, Berlin, Dir. der Disconto-Gesell, in-8, pp. 118.
- La Società delle Nazioni, L'attività politica*, Ginevra, 1925, in-16, pp. 128.
- LAUGHLIN H., *Historical legal and statistical review of eugenical sterilization in the United States*, 1926.
- LE BLANC T. J., *Density of population and mortality in the United States*, The american journal of Hygiene, 1924, in-8.
- Lietuva Skaitlinemis, La Lithuanie en Chiffres*.
- L'ITALIA CHE SCRIVE, *Il vero Barba-Grigia*, Roma, A. F. Formiggini, 1924, in-16, pp. 31
- LINDGREN W., *Gold and silver deposits in North and South America*, Washington; Govern. Printing Office, 1919, in-8.
- LIVI L., *Qualche notizia su Zara*, Trieste, Tip. del Lloyd Triestino, 1925.
- LOTKA A. J., *Increase in shuffling, and the asymmetry of time*, Vol. LIX N. 1537. Science, 1924, in-8.
- *Two models in statistical Mechanics*, Vol. XXXI, N. 3, « The American Mathematical Monthly ».
 - *Note on the relative abundance of the elements in the earths crust*, National academy of Science, 1923, in 8.
 - *Contribution to quantitative Parasitology*, Washington, Journal of the Washington Academy of Science, 1923, in-8.
 - *The stability of normal age distribution*, London Academy of science, 1922, in-8.
 - *On the true of natural increase*, New York, Am. Stat. Association 1925.
- LLAMAS J. M., *Anuario Estadístico de la Republica Oriental del Uruguay*, Libro XXII Tomo II, Montevideo 1914, XXXVI-450
- *Publicacion XLIII. Sintesis Estadística de la Republica Oriental del Uruguay*, Montevideo, Imp. Nacional, 1919, in-8, pp. 32.
- Le Contrôle Physiologique de l'Effort Physique*, pp. 27.
- LEVI E., *Un centro di studi ed attività sociali*, Roma, 1925, in-8, pp. 224.
- LODDO-LAI R., *Fondamenti scientifici e statistici del voto plusvalente*, Cagliari, Soc. Ed. Italiana, 1925, in-8, pp. 8.
- LURQUIN C., *Les écarts moyens élémentaires de probabilité*, Bruxelles, Frat. Stevens, 1924, in-8, pp. 7.
- *Sur la notion de Probabilité*, Bruxelles, Frat. Stevens, 1924, in-8, pp. 13.
 - *Sur le Index-Number*, Bruxelles, Frat. Stevens, in-8, pp. 6.
 - *Sur une proposition fondamentale de probabilité*, Paris, Guathier-Villars, in-8, pp. 3.
 - *Sur le critérium de Tchebycheff*, Paris, 1922, in-8, pp. 3.
 - *Sur la loi binomiale de probabilité de Quetelet*, Bruxelles, 1924, in-8, pp. 3.
- MACKENZIE WINIFRED A., *The Correlation of Weekly Rainfall*, in-8.
- MAGISTRAT M. ST. WARZAWY, *Roznik statystyczny Warszawy 1921-1922*, Warszawa, 1924, XII 259.

- MACKENZIE W. A., *Studies in Crop Variations. II The manured response of different Potato Varieties*, Cambridge, A. The University Press.
- MAJORANA S., *La rendita del consumatore e sue applicazioni in finanza*, Catania, Stab. Tip. Fr. Galati, 1925.
- *L'imposta successoria e la progressività nel tempo*, Acireale, Tip. Ed. XX Secolo, 1923.
- MALINQUIST K. G., *On the correlation between proper motions and radial velocities*, Stockholm Aliquist u. Wiksells. 1925 in-8 pp. 36.
- *Remarks on the absolute magnitude curve*, Malino, Roschr's Boktryckeri, 1925, in-8, pp. 4.
- MARCH L., *La classification des industries*, Roma, Prov. Gener. dello Stato, 1925, in-8, p. 20.
- *Observations sur la méthode représentative et sur le projet de rapport relatif à cette méthode*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 10.
- *Rapport de la Commission d'Études. Rapport sur les indices de la situation économique*, 1923, in-8, pp. 268.
- MARCONCINI F., *Saggio sulla rendita e sulle sue modificazioni imputabili all'azione dei mezzi di trasporto*, Monza, Arti Grafiche, 1924, in-8, pp. 78.
- MAROI L., *Alcoolismo ed Eugenetica*, Milano, F. Mantovani, 1924, in-8, pp. 20.
- MARZOLO F., *Studio idraulico della rete per l'acquedotto del Veneto Centrale*, Padova Soc. Coop. Tip. 1924 in-8 p. 51.
- MASCI G., *Scritti monetarii*, Aquila, Vecchioni, 1926.
- MASNOSO A., *Il Neo-Tomismo in Italia. Origine e prime vicende* Monza, Arti Grafiche in-8 pp. 241.
- Material Damage caused to Italy by the War* Roma Prov. Gen. dello Stato 1925 in-8 pp. 9.
- MATHETES FREW J. G. GOUT F. *On Chlorops Taeniopus Meig. Statistical Study on the Effect of Manuring on infestation of Barley*. Cambridge. At the University Press.
- MAZZEI J. *La Politica economica internazionale inglese prima di Adamo Smith* Milano Unione Tip. in-8 pp. 460.
- MEMMO G., *Il tifo e la vaccinazione antitifica nell'esercito*, Roma, Stab. Pol. per l'Am., 1925 pp. 29.
- MENDEL J. G., *Memorial-volume in honor of the 100th*. Prague, Fr. Borovy, 1925.
- MENOTTI CORVI A., *La Polonia Economica*, Roma, L. Cecchini 1923, in-8 pp. 306.
- MERRILL G. P., *The composition and structure of meteorites compared with that of terrestrial rocks*, Washington, Gover. Print. Off., 1919, in-8.
- METHORST H. W. *Rapport sur les statistiques des stocks*, Roma Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8 p. 86.
- MICHEL S., *Le Colonie Italiane in Svizzera durante la guerra*, Roma, Alfieri e Lacroix, 1922, in-8 pp. 298.
- *Elemente zur Soziologie in Italien*, München, Dunker u. Humblot, 1924, in-8.

- MINER J. R. *Suicide and its relation to climatic and other factors*, Baltimore American J. of Hygiene, 1922, in-8 pp. 140.
- MINO P. *A proposito di una recente interpretazione del modo di trasmissione ereditaria della emofilia*, Napoli, G. Barca, 1923 in-8, pp. 8.
- *La dottrina moderna dell'eredità nella patologia umana*, Torino Minerva Medica, 1922 in-8. pp. 28.
- *Sulle malattie ereditarie e sulla loro etiologia*, Torino, F.lli Bocca, 1923 in-8.
- *Sulla esistenza di un fattore letale nella trasmissione ereditaria dei gruppi sanguigni*, Cirié, G. Capella 1923. in-8.
- *Contributo alla conoscenza dell'atassia ereditaria*, Roma « Il Policlinico » 1923 in-8 pp. 47.
- *L'applicazione delle leggi di Mendel allo studio delle malattie ereditarie*, Napoli, G. Barca 1922 in-8 pp. 8.
- *La disposizione individuale alla tubercolosi. L'eredità nella tubercolosi. Aspetto somatico e disposizione alla tubercolosi*, Torino Tip. della S. A. E. 1923 in-8 pp. 42.
- *Gemelli e costituzione*, Napoli, G. Barca, 1923 in-8, pp. 16.
- *La distribuzione dei gruppi sanguigni in Italia*, Torino F.lli Bocca 1923 in-8.
- *Eredità, costituzione e individualità*, Bologna, L. Cappelli 1922. in-8 pp. 38.
- MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE ET DES TRAVAUX PUBLICS, *Table de Mortalité des animaux domestiques*, Bruxelles, Imprimerie Lesigne, 1924.
- MINISTERO DELL'ECONOMIA NAZIONALE. DIREZIONE GENERALE DELLA STATISTICA *Movimento della popolazione secondo gli atti dello Stato Civile in ciascuno degli anni dal 1919 al 1925*, Roma, Libreria dello Stato, 1925, CXXXV, 569.
- *Statistica delle cause di morte in ciascuno degli anni 1919 al 1923*, Roma Libreria dello Stato, 1925, CLXV 440.
- *Elenco dei Comuni del Regno secondo la circoscrizione amministrativa al 31 dicembre 1924 e loro popolazione residente e presente. (Censimento 1921)*. Roma Libr. dello Stato 1925 in-16 pp. 209.
- *Notizie sommarie sul movimento della popolazione del Regno*, Roma, Libreria dello Stato, 1925 in-16 pp. 8.
- *Notizie sommarie sul movimento della popolazione nel Regno per matrimoni, per nascite e per morti durante l'anno 1923*, Roma. Libreria dello Stato. 1924 in-16 pp. 13.
- MINISTERO DE INSTRUCCION Y BELLAS ARTES, *Anuario Estadístico de España*, anno VI, 1921, XII-562.
- MINISTÈRE DE L'INTERIEUR ET DE L'HYGIENE, *Annuaire Statistique de la Belgique et du Congo Belge*, Tome XLVIII, Bruxelles, Imp. Lesigne 1924 XCVI 293.
- MINISTERO DELLA GUERRA *Catalogo dei principali dati statistici del Regio Esercito*, Roma Libreria dello Stato. 1924 in-8. pp. 140.

- MINISTERO DELLE FINANZE (DIREZIONE GENERALE DEL CATASTO E DEI SERVIZI TECNICI) *Relazione dimostrativa dello stato e dell'andamento dei lavori catastali dal 1 luglio 1914 al 30 giugno 1924*, Roma «Grafia», 1925.
- MINISTERO DELLE COMUNICAZIONI (AMMINISTRAZIONE DELLE FERROVIE DELLO STATO) *Relazione per l'anno finanziario 1924-25*, Roma Prov. Gen. dello Stato, 1925.
- MINISTERO DELLA MARINA (DIREZIONE CENTRALE DELLA SANITÀ MILITARE MARITTIMA) *Statistica Sanitaria dell'Armata per gli anni 1911-1912* Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925.
- MINISTERO DE TRABAJO, COMERCIO Y INDUSTRIA *Estatística de los Accidentes del Trabajo ocurridos en el año 1922*, Madrid 1925.
- MINISTERO DELLE FINANZE (DIREZIONE GENERALE DEI MONOPOLI INDUSTRIALI) AZIENDA DEI TABACCHI, *Relazione e Bilancio Industriale per l'esercizio dal 1 luglio 1922 al 30 giugno 1923* Roma Tip. Coop. Sociale, 1925.
- MINISTERO DELLE FINANZE (DIREZIONE GENERALE DELLE PRIVATIVE, *Relazione e Bilancio Industriale dell'Azienda del Chinino di Stato per l'esercizio dal 1 luglio 1923 al 30 giugno 1924*, Roma A. Manzio 1925.
- MINISTERO DELLE COLONIE, *Statistica del Movimento Commerciale Marittimo dell'Eritrea, della Somalia Italiana, della Tripolitania e della Cirenaica, e del Movimento Commerciale Carovaniero dell'Eritrea: anni 1921-1922*.
- MINISTERO DELLE FINANZE, DIR. GEN. DEL DEMANIO E DELLE TASSE, *Il movimento della proprietà immobiliare in Italia e l'accertamento del suo valore venale durante l'esercizio 1923-24* Roma Tip. Coop. Sociale, 1925 in-8 pp. 171.
- *Statistica Ciclistica e Automobilistica per gli anni 1921 e 1922*.
- MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI (CONSIGLIO SUPERIORE), *La produzione di energie elettriche nell'anno 1923*, Roma, Stab. Genio Civile, 1925.
- MINISTERO DE TRABAJO COMERCIO INDUSTRIA, *Censo de la Poblacion de España*, Tomo II, Madrid, 1924 LXXXVII 451.
- *Anuario Estadístico de España*, año VIII, 1921-22, Madrid, 1924, pp. 513.
- MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI (UFFICIO DI STATISTICA) *Bollettino Statistico dei Lavori Pubblici*, Roma Prov. Generale dello Stato in-16, pp. 166.
- MINISTERO DELLE FINANZE, *Conto riassuntivo del tesoro al 31 agosto 1925* Roma, Libreria dello Stato, 1925, in-8, p. 70.
- MOLINARI A. *Statistiche sul consumo della carne, con speciale riguardo al consumo delle grandi città*, Roma, Prov. Generale dello Stato 1925. in-8 pp. 83.
- MONLEONE G. *Il movimento municipalizzatore e le aziende municipalizzate durante la guerra e nel dopo guerra, Risultati finanziari*, Roma Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 77.
- MOORE H. F. *The sea as a conservator of wastes and a reservoir of food*, Washington. Gover. Print. Office 1919, in-8.
- MOBEIRO FONTES V. *A crise da mão de obra e o medico* Porto «Enciclopedia Portuguesa» 1920 in-8, pp. 8.

- MORTARA G. *A proposito della mortalità italiana durante la guerra. Un'epidemia ignorata di encefalite letargica?*, Roma, Prov. Generale dello Stato 1925 in-8 pp. 7.
- *Prospettive Economiche*, Anno quinto, 1925 Città di Castello, S. Tip. «Leonardo da Vinci» 1925 XXIV 433.
- *Prospettive Economiche* Anno VI, 1926.
- MOULTON H. and LEWIS C. *The French Debt Problem*, New York, The Macm. Company. 1925.
- NATCHOV N.-TOCHEV ST. *Raccolta della Bulgara Accademia di Scienze*, «Rivista Storico-Filologica e Filosofico-Sociale», libro XIX, Bulgaria 1925.
- NARDARI F. *La ricostruzione del patrimonio zootecnico nelle terre liberate e nelle terre redente. Azione svolta dai consorzi zootecnici e dagli enti affini*, Venezia, Pr. Off. Gr. Ferrari 1925 pp. 31.
- NARARRA CRIMI G., *Dalla Guerra alla Pace (Saggi di Politica ed Economia)*, Torino-Genova, S. Lattes e C., 1925, in-8, pp. 3.
- *Mazzini economista*, Savona, C. Brizio, 1925, in-8, pp. 114.
- *Problemi dell'Economia Siciliana*, Torino-Genova, S. Lattes e C. 1925.
- *Saggi di Economia e Finanza*, Torino-Genova, S. Lattes e C., 1926, in-8, p. 160.
- NAVILLE A. *Liberté, Egalité, Solidarité*, Genève Lib. Payot e C. 1924 in-8 pp. 124.
- NECCHI L., *Lo studio e la classificazione dei fanciulli anormali secondo i principi della Biologia Generale*, Milano Tip. S. Giuseppe in-8 pp. 96.
- NEY M. *La question de la statistique des accidents du travail*, Roma, Prov. Generale dello Stato. 1925 in-8 pp. 8.
- NEPPI G. *Scritti vari*, Ferrara, Taddei 1924 in-8 pp. 208.
- Neue Wege zum Aufbau Deutschlands* Jena 1919, in-8 pp. 145.
- NEUMANN F. *Leonhard Fuchs Physician and Botanist 1501-1566*, Washington Gover. Print. Office 1919 in-8.
- NICEFORO A. *Nota preliminare sulla statistica della mortalità per tubercolosi in Italia* Roma «Leonardo da Vinci» 1925 in-16 pp. 38.
- *Per l'insegnamento universitario della Statistica e della Criminologia* Milano F. Vallardi, 1924 in-8 p. 9.
- *Les indices numériques de la Civilisation et du Progrès* Paris 1921 in-16 pp. 205.
- NILES H. E. *The method of path coefficients. An answer to Wright*, Baltimore Genetics, 1923 in-8.
- NORGES OFFISIELLE STATISTIKK VII 160 *Kriminal Statistikk og kriminell Rettspleie 1921 og 1922* Oslo, I. Komission Hos. H. A. 1925 in-8 pp. 24.
- VII 162 *Sinssykeasylenes Virksomhet 1923*, Oslo H. Aschehoug e C. 1925 in-8 pp. 52.
- OFFICIAL CONGRESSIONAL DIRECTORY, *For the use of the United States Congress*, 1925.
- OSBURN W. F., *The relationship of marital condition to death, crime, insanity*

- and pauperism, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 16.
- OLGIATI F., *L'Anima di S. Tommaso*, Tip. Figli della Prov., in-8, p. 147.
- OLLER A., DE MADIARAGA C., *Memorias del instituto de reeducacion profesional de invalidos del trabajo*, Madrid, 1925, in-8, pp. 131.
- OLIVETTI G., *Legislazione del Lavoro*, Università Commerciale «Luigi Bocconi», Milano, G. Tenconi, 1924-25, in-8, pp. 476.
- OMODEI D. e EREDIA F., *Osservazioni meteorologiche nelle stazioni istituite nella Somalia Italiana da S. A. R. il Duca degli Abruzzi*, Genova, Istituto Idrografico della R. Marina, 1924, in-4, pp. 81.
- PACE L., Ministero delle Finanze, *Note sul Conto del Tesoro*, Roma, Libreria dello Stato, 1924, in-8, pp. 86.
- PADOVANI U., *Vito Fornari. Saggio sul pensiero religioso in Italia nel secolo decimonono*, Monza, Arti Graf., in-8, p. 219.
- PAGANI P., *Opere giuridiche ed inchieste del laboratorio di legislazione agraria della Rivista di Diritto Agrario. In Regime del «Vino Tipo» tutelato* (R. Decreto legge 7 marzo 1924), Firenze, 1924, in-8.
- PARI M., *Il servizio della leva militare terrestre in Italia*, Padova, Stab. Graf. Boscardin e Figli, 1925, in-8, pp. 16.
- PASINI A., *Lo Stato Sinarchico l'unica ancora di salvezza che rimane ancora al Fascismo dopo il fallimento del collaborazionismo sindacale*, Roma, F.lli Broccato, 1925, in-8, pp. 36.
- PASTORI G., *Sulla Ematoporfiria sperimentale da Benzolderivati*, Milano, Tip. Figli della Prov., in-8, pp. 27.
- PEARL R., *Experimental studies on the duration of life IX. New life tables for Drosophila*, «The American Naturalist», 1924, in-8.
- *Experimental studies on the duration of life X. The duration of life of Drosophila melanogaster in the complete absence of food*, vol. LVIII, «The Amer. Naturalist», 1924, in-8.
- *Preliminary account of an investigation of factors influencing longevity*, Chicago, Am. Med. Association, 1924, in 16, pp. 20.
- *Starvation life curves*, Baltimore, in-16, pp. 3.
- *The influence of alcohol on duration of life*, vol. 10, n. 6. National Academy of Sciences, 1924, in-8.
- *The influence of physical activity upon mortality*, in-8.
- *The curve of population growth*, Am. Philosophical Society, 1924.
- *The racial effect of alcohol*, London, Erig. Educ. Soc., in-8, p. 21.
- *The racial origin of almshouse, Paupers in the United States*, vol. LX, n. 1557, Science, 1924, in-8.
- *On the Influence of density of population upon the rate of reproduction in Drosophila*, National Academy of Sciences, 1912, in-8.
- PEARL R., DOERING C. R., *A comparison of the mortality of certain lower organisms with that of man*, Science, 1923, in-8.
- PEARL R., *Preliminary discussion of the correlation between illiteracy and mortality in american cities*, 1922, in-8.

- PEARL R., *A futher note on the age index of a population*, London Academy of. Sciences, 1922, in-8.
- *Biometrical studies in pathology. Preliminary account of a quantitative method of evaluating pathological phenomena*, 1922, in-8, pp. 18.
 - *Some eugenic aspects of the problem of population*, Baltimora « Eugenics in Race ond State », 1923, in-8.
 - *The age at death of the parents of the tuberculous and the comerans*, « American journal of Hygiene », 1923, in-8.
 - *Alcohol and life duration*, London, « Brit. Med. Association », 1924, in-16, pp. 7.
 - *Alcohol and Mortality*, in-8, pp. 74.
- PEARL R., REED L. J., *The probable error of the population growth curve*, Vol. 4, n. 3. The American Journal of Hygiene, 1924, in-8.
- — *Predicted growth of population of New York and its environs*, New York, 1923, in-8, pp. 42.
- PEARSON K., ELDERTON E., *Annals of Eugenics. A journal for the scientific study of racial problems*, London, 1925.
- PIGORINI L., *Sulla viscosità dei succhi d'uovo di Bombyx Mori*, Milano, Amedea Nicola e C., 1924, in-8, pp. 5.
- POLACCO VA., *Problemi del commercio degli zuccheri di Trieste*, Trieste, Off. Graf., de la Ed., Libreria, 1925.
- POLACCO VI., *In memoria di Carlo Francesco Ferraris*, Roma, A Sampaolesi, 1924, in-8, pp. 10.
- *Sui professori universitari onorari ed emeriti*, Roma, G. Randi, 1924, in-8, pp. 12.
- POPOFF K., *Résultats des mensurations anthropométriques des conscrits en Bulgarie*, Roma, Provv. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 40.
- POORE H., *Citrus Pectin*, Washington, 1925.
- PORRI V., *Impressioni ed ipotesi sul numero ed ampiezza delle proprietà rurali in Italia*, Roma, Provv. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 19.
- RAGAN I., *Solution d'un problème du calcul des probabilités*. Uppsala, Almqvist e Wiccells, 1924, in-8.
- RAGGI L., *Il potere discrezionale e la facoltà regolamentare*, Milano, Unione Tip. in-8, pp. 20.
- RAYLEIGH and OTHERS, *The age of the Earth*, Washington, Gover. Frent Off., 1923, in-8.
- R. ACCADEMIA DI SCIENZE LETTERE ED ARTI IN PADOVA, *Atti e Memorie, anno CCCLXXXIV*, 1924-25, Padova, Stab. Tip. L. Penada, 1925, in-8, pp. 261.
- REPUBLICA ARGENTINA, DIRECION GENERAL DE ESTADISTICA DE LA NACION, *Anuario del Comercio Exterior de la Republica Argentina, anos 1921-22*, vol. I e II, Buenos Aires, 1924, CXLIII, 420.
- R. LICEO-GINNASIO « A. CANOVA », *Anuario 1° e 2°*, Treviso, A. Vianello, 19, in-8.

- R. UNIVERSITÀ DI CAGLIARI, ISTITUTO ECONOMICO-GIURIDICO, *Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di Giurisprudenza*, vol. XIII, 1921-22. -- Cagliari, già Meloni e Atelli. 1922, p. 105, 22, 50, 23.
- R. UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ECONOMICI E COMMERCIALI DI TRIESTE, *Annuario per l'anno Accademico 1924-25*, Padova-Trieste, La Litotipo, 1925, pp. 203
- RYZ H., *Who owns the Street?*, 1925.
- RIGNANO E., *Per la pace del mondo*, Bologna. N. Zanichelli, in-8, pp. 42.
- RIVIERA V., *Il problema agronomico nel mezzogiorno d'Italia*, Roma, I. Bar-di 1924, in-8, pp. 146.
- ROCCO A., *Relazione al disegno di legge: « Delega al Governo del Re della facoltà di emendare il Codice Penale, il Codice di Procedura Penale, le Leggi sull'Ordinamento Giudiziario e di apportare nuove modificazioni e aggiunte al Codice Civile »*, presentata alla Camera dei Deputati nella seduta del 30 gennaio 1925, Roma, Tip. della Camera dei Deputati, in-8, pp. 73.
- ROBERTSON J., *Report of the Medical Officer of Health for the year 1924 (of City of Birmingham)*, Birmingham, Edmund Street, 1925, in-8, pp. 107.
- ROESLE E., *Die Gesundheitsstatistik Schwedens*, Berlin, 1923.
- *Das Geschlecht Bürger. Die Entwicklung einer schwäbischen Familie während der Jahre 1600-1925*, Berlin, 1925.
- *Die demographischen Verhältnisse Estlands*, Berlin, 1925.
- Die neue Geburt und Sterblichkeitsstatistik für die Städte der tschechoslowakischen Republik vom Jahre 1923*, Berlin, 1925.
- *Die Todesursachenstatistik Estlands-1925*.
- *Inflation und Bevölkerungsbewegung. Der Geburtenrückgang in den deutschen Städten in den Jahren 1921 bis 1924*, Berlin, 1925.
- ROSS E. A., *Social Control, A survey of the foundation of Order*, New York, Mc. M. Um. C. 1922, in-16, p. XII-463.
- ROSSI L., *Bartolo da Sassoferrato nel diritto pubblico del suo tempo*, Bologna, Monti e Noè 1917, in-8 pp. 30.
- ROTHAMSTED EXPERIMENTAL STATION HARPENDEN, *Abridged report for 1923 and 1924*, Harpenden D. J. Jeffery, 1925, in-8, pp. 39.
- *Plans and data of the experimental field plots 1915*. D. J. Jeffery, in-8, pp. 10.
- SALEMI G., *La Pregiudiziale nei rapporti fra le giurisdizioni amministrativa e penale*, Padova, La Litotipo E. U., 1925, pp. 68.
- SANGUNTINUS E., *The New discrimination act*, 1925.
- SAVORGNAN F., *La fecondità delle aristocrazie. Case Sorrane e Mediatizzate*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 25.
- SAVORGNAN F., *Studi critici di sociologia*, Modena, 1925.
- SECRIST H., *An Introduction to Statistical Methods*, New York, The Macmillan Company, 1925, in-16, pp. 567.
- SCHAPER F., *Wandtafeln für die Landwirtschaft*, in-8, pp. 31.

- SHARPE F. R., *Contributions to the analysis of malaria epidemiology*, The American Journal of Hyg., 1923, in-8, pp. 121.
- SCLAVO A., *Per la propaganda igienica*, Torino, G. B. Paravia e C. 1924, in-8, pp. 324.
- SCHMITT P., *Catalepsy in phaspidos*, Washington, Gover Print off., 1919, in-8.
- SIMIAND F., *La formation et les fluctuations des prix du charbon en France*, Paris, Libr. des Sciences Economiques et Sociales, in-8, p. 46.
- SEIPEL I., *Die geistigen Grundlagen der Minderheitenfrage*, Leipzig, 1925, pp. 9.
- SERPIERI A., *Per la legge sulle trasformazioni fondiari*, Federazione Italiana dei Consorzi Agrari, 1925, N. 15, in-8, pp. 32.
- SERA G. L., *Presente ed avvenire dell'Antropologia*, Pavia, Pre. Tip. Suc. F.lli, Fusi, 1925, pp. 12.
- SCHMIDT V., *Eesti Statistiline Album*, in-8.
- SCHRAENEN W., *L'Enquête familiale dans le dépistage de l'hérédosyphilis*, Ixelles, 1924, pp. 12.
- *A propos de la normalité des caractères humains*, Bruxelles, 1925, pp. 4.
- SCHWEIZERISCHE UNFALLVERSICHERUNGSANSTALT, *Ergebnisse der Unfallstatistik der ersten fünfjährigen Beobachtungsperiode 1918-22*, pp. 63.
- SKUJENICKA M., *Valsts Statistika Parvalde Otrā Tautas Skaitisana Latvija*, 1925, Goda 10 Februāri.
- *Bureau de statistique de l'état — Deuxième Recensement de la Population en Lettonie*, Riga 1925, Goda, in-8, pp. 47.
- Scritti Storici in onore di Camillo Manfroni nel XL anno di insegnamento*, Padova, A. Draghi, 1925.
- SMITH O. C., *A Statistical analysis of certain phases of epilepsy*, American Journal of Psychiatry, 1923, in-8.
- SNODGRASS R. E., *The Ten Caterpillar* (Publication 2737) Washington Gover. Print Office, 1924, in-8.
- SPLAWA NEYMAN, *Sur les valeurs théoriques de la plus grande de n erreurs*, in-8, pp. 8.
- SOCIÉTÉ DES NATIONS. LEAGUE OF NATIONS, *Conférence Internationale du Travail. International Labour Conference*, Vol. I e II, Genève-Geneva, 1924, LXI, 498.
- SPEARMAN C. HOLZINGER K., *The Sampling Error in the theory of two Factors*, 1924, in-8.
- SORANZO S., *La Lega Italica*, Milano, Tip. Figli della Prov. in-8, p. 213.
- SORRENTO L., *Italiani e Spagnuoli contro l'egemonia intellettuale francese nel settecento*, Monza, Arti Grafiche, in-8, pp. 53.
- SOZNAM PREDNÁŠOK, *Ktoré sa budú konať na Univerzite Kamenského V stud. r. 1925-1926*.
- SRAFFA P., *Sulle relazioni fra costo e quantità prodotta*, Milano, Un. Bocconi, 1925.
- STANDLEY P. C., *The Republic of Salvador*, (Publication 2736), Washington Gover. Print. Office, 1924, in-8.

- Statistisches Jahrbuch für den Freistaat Dresden* 20 Band, Berlin, 1924, in-8, pp. 205.
- Statistical Department of the Bank of economic conditions*, 1925.
- STATISTISCH JAARBOOK DER GEMEENTE AMSTERDAM, *Annuaire Statistique de la ville d'Amsterdam, année 1922-23*, Amsterdam J. M. Meulenhoff 1925, in-8, XXXIX, 356.
- Statistica degli impianti elettrici in Italia*, Vol. I, Milano, Tip. Stucchi Cerretti, 1923, in-8, pp. 513.
- STATIST, *Wholesale Prices of Commodities in 1924*, Vol. LXXXVIII, parte II, 1925, in-8.
- Statistisk Arbok for Kongerik Norge*, 44^{de} Argang, 1924, *Annuaire Statistique de la Norvège*, Oslo H. Aschehong e C., 1925, in-8, pp. 297.
- STRUVE M. P., *Mélanges, Recueil des écrits présentés à M. P. Struve le 30 Janvier 1925*, Prague 1925, in-8.
- STUART C. A. V., *Note sur l'application de la méthode représentative*. Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 6.
- SZENDE J., *Die Successionsstaaten der gewesenen Österreichisch-Ungarischen Monarchie*, Budapest, 1922, in-8, pp. 80.
- SVEN O., *The Theory of the Medianical Analysis of Sediments by means of the Automatic Balance*, Proceeding of the Royal Society of Edimburgh, Session, 1923-24, Edimburgh, Vol. XLIV, Parte II, N. 11.
- TAGLIACARNE G. *Sulle statistiche internazionali dei dissesti*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8. pp. 23.
- *Studi sulla Popolazione, II: Il Sesso e la Popolazione*, Milano, S. E. « Unitas », 1924, in-8, pp. 18.
- TASSINARI G., *La ricomposizione dei fondi frammentati*, Perugia, 1924, in-8, pp. 18.
- Taxes and dues in Italy before and after the War*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, p. 8.
- THE INDUSTRIAL RESEARCH DEPARTEMENT, *Four years of Labor Mobility, a study of labor turnover in a group of selected plants in Philadelphia 1921-1924*, 1925, in-8, pp. 146.
- The Italian budget before and after the War*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 35.
- THE ROCKEFELLER FOUNDATION, *Annual Report 1923*, New York, The Rockefeller, in-8, pp. 365.
- The Record of One Hundred American Cities, Arrest for drunkenness and Arrests for all Causes before and after National Prohibition*, in-8.
- THE LAURA SPELMAN ROCKFELLER MEMORIAL, *Report for 1924*, New York, 1925, in-8, pp. 15.
- THIRRING G., *Budapest Székesfővaros Statisztikai Közleményei*, 43, Az. 1906. Eir Nepszámlálás Eredményei, Budapest, 1914, in-8, pp. VII, n. 584.
- *Budapest Székesfővares Statisztikai Közleményei*, 51, Budapest Halandósága, 1908, és 1909, Ben. Budapest, 1916, in-8, pp. XLVI-123.
- *Budapest Fél százados Fejlődese 1873-1923*, Budapest, 1925, in-8, pp. 200.

- THIRRING G., *Budapest Székeseövaros Statisztikai Évkönyve*, Budapest, 1925, in-8, pp. XVIII-376.
- Budapest Székeseövaros Statisztikai Közlömenyei*, 53, Budapest, 1925, in-8, pp. XV-196.
- L'annuaire statistique des grandes villes*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 8.
- TOJA G., *Il calcolo delle tariffe di una compagnia di assicurazioni sulla vita*, Roma, Tip. del Senato, 1925, in-8, pp. 235.
- TOSTI L., *Quantità e prodotto dei viaggiatori della rete dello Stato*, 1925.
- TRUE R. H., *Notes on the early history of the pecan in America*. Govern. Print. Office, Washington, 1919, in-8.
- TSCHUPROW A., *On the asymptotic frequency distribution of the arithmetic means of n correlated observations for very great values of n* , 1925, in-8.
- STATISTISCHEN AMT DER STADT BERLIN, *Statistisches Taschenbuch der Stadt Berlin*, 1924, in-8, pp. 122.
- Un anno di dominazione fascista*, in-8, pp. 91.
- UNION DES RÉPUBLIQUES SOCIALISTES SOVIÉTIQUES, *Abrégé des données statistiques*, Moscou, 1925.
- UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE, MISCELLANEOUES N. 6, *Crop and Live-Stock Estimates 1919-1922*, Washington. G. Printing Office, 1923, in-8, pp. 29.
- UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE, *Annuario*, Milano, « Vita e Pensiero », in-8, pp. 62.
- UNITED STATES DEPARTEMENT OF AGRICULTURE, *Agriculture Yearbook 1923*, in-8, pp. 1222.
- *Agriculture Yearbook 1924*, in-8, pp. 1230.
- VAINSTEIN A. L., *I prezzi e il mercato del pane* (scritto in Russo), Mosca, 1925.
- VALSTS STATISTISKA PARVALDE LATVIJAS, *Les sociétés anonymes de la Lettonie, pour l'année 1923*, Riga, 1925, in-8, p. 49.
- *Areja Tirdznieciba Unkugu Kustiba*, 1924, *Commerce Extérieur et Mouvement de la Navigation de la Lettonie*, 1924, Riga, 1925.
- VERRATI S. GIUSTI U., *I Bilanci Comunali nell'anno 1924*, Grafia, 1925, in-8, pp. 27.
- VINCENZO F., *Perchè si nasce Maschio . . . Perchè si nasce Femmina. Studio riassuntivo sulla determinazione del sesso dal punto di vista biologico, demografico, pratico, sociale*, Officina Tip. Elzevira, 1923, in-16, pp. 38, Napoli.
- VINCENT G. E., *The Rockefeller Foundation A Review for 1924*, New York, 1925, in-8, pp. 48.
- VINCI F., *Per l'uniformità nei metodi di costruzione delle tavole di mortalità*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 15.
- *Un nuovo metodo d'interpolazione*, Bari, Cressati, 1924, in-8, pp. 19.
- *Statistica Metodologica (Lezioni tenute nel R. Ist. Sup. di Scienze Economiche e Commerciali di Bari)*, La Litotipo, 1924, in-8, pp. ix-241.

- VLEUGELS W., *Der Achtstundentag in Deutschland*, Berlin, Robert Engelmann, 1924, pp. 34.
- VIRGILII F., *L'opera scientifica di Carlo F. Ferraris*, Siena, Circolo Giuridico della R. Università, 1924, in-8, pp. 13.
- VISCONTI A., *Idee e progetti per la riforma degli studi in Lombardia*, Milano, Soc. Ed. Dante Alighieri, 1923, in-8, pp. 43.
- *Il pensiero storico giuridico di Alessandro Manzoni nelle sue opere*, Milano, S. Giuseppe, 1923, in-8, pp. 12.
- *Le condizioni degli operai agli albori dell'industria libera in Lombardia*, Milano, Stucchi Cerreti, 1923, in-8, p. 34.
- *Un inventario di suppellettili domestiche del sec. XIII*, Milano, S. Giuseppe, 1924, in-8, pp.
- VIVANTE L., *Note sopra la originalità del pensiero*, Roma, Maglione e Strini, in-8, pp. 30.
- WADIA P. A., JOSHI G. N., *The Wealth of India*, London, 1925, p. xi-424.
- WALSH C. M., *The problem of estimation*, London, in-16, pp. 139.
- WAR PENSIONS AND ALLOWANCES AND THEIR INFLUENCE ON THE ITALIAN NATIONAL BUDGET, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 21.
- WAUGHAN T. W., *Corals and the formation of coral reef*, Washington, Gover-Print-Office, 1919, in-8.
- WEINBERG, *Metod und Technik der Statistik mit besonderer Berücksichtigung der Sozialbiologie*, in-8.
- WEINFELD I., *La Pologne Tableau Statistique 1925*, Varsovie, 1925.
- WESTERGAARD H., *Modern problems in Vital Statistics*, From Biometrika, a journal for the Statistical Study of Biological problems, Vol. XVII, parts 3, and 4 december 1925, Cambridge.
- WILLCOX W. F., *Project for a compilation and study of the statistics of international migration*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925, in-8, pp. 9.
- WINKLER W., *Statistik*, Leipzig, Verlag von Quelle e Meyer, 1925, in-16, pp. 160.
- *Statistische Minderheitenrundschaу bearbeitet im Minderheiteninstitute der Universität Wien*, Leipzig, 1921, in-8, pp. 120.
- WOLLEMBORG L., *Sulla convenzione stipulata fra il ministro delle finanze, Conte Volpi, e la Banca I. P. Morgan e C. di New York*, Roma, Tip. del Senato, 1925.
- KACPRZAK M., *Tuberculosis and Fertility*, « The Amer. Journal of Hygiene ».
- KITASATO S., SHIGA K., *The Kitasato Archives of Experimental Medicine*, Vol. VI, n. 3, Tokio, 1925, in-8.
- YULE UDNY G., *A mathematical theory of evolution, based on the conclusions of Dr. J. C. Willis, F. R. S.*, Serie B. Vol. 213, in-8.
- ZAHN F. MORGENROTH W., *Die amtliche Statistik in den Hauptkulturstaaten*, Jena, G. Fischer, 1925, in-8, pp. 104.
- ZAHN F., *Internationale Kulturstatistik*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 29.

- ZAHN F., *Zur Frage der Konsolidierung der amtlichen Statistik*, Roma, Prov. Generale dello Stato, 1925 in-8, pp. 14.
- ZAMBONI G., *Introduzione al Corso di Gnoseologia pura*, Milano, Tip. Pont. Ed. S. Giuseppe, in-8, pp. 133.
- *La gnoseologia dell'atto come fondamento della filosofia dell'essere*, Monza, Arti Grafiche, in-8, pp. 159.
- ZINGALI G., *La bilancia alimentare prebellica, bellica, postbellica*, Roma, Prov. Gen. dello Stato, 1925, in-8, pp. 20.
- *Primi risultati di una indagine statistica relativa alla durata della gravidanza*. Roma, «Aurora», 1924, in-8, pp. 27.
- ZUGARO F., *Una modesta ausiliaria della bellica: La statistica militare*, Torino, Tip. En. Schioppo, 1925, in-8, p. 69.
- *Forze e spese militari e mondiali*, Civitavecchia, 1924, in-8, pp. 46.
- *Per la diffusione del grafico statistico*, Città di Castello «Leonardo da Vinci», 1924, in-8, pp. 12.

